
预防性储蓄的重要性研究： 基于中国的经验分析

雷 震 张安全*

内容提要 预防性储蓄是不是引起中国居民储蓄率过高的主要原因还是一个尚未回答的问题。本文基于预防性储蓄理论,提出一个以家庭为决策单位的最优预防性储蓄动态模型,首次利用 2005~2009 年中国地级城市面板数据对中国城乡居民预防性储蓄进行量化分析,结果发现由于收入不确定性而引起的预防性储蓄至少能够解释城乡居民人均金融资产积累的 20% 到 30% 左右,是导致中国城乡居民财富积累的一个重要原因。

关键词 城乡居民 财富积累 预防性储蓄

一 引言

中国居民高储蓄一直受到各界的广泛关注。统计资料显示,从 1998 年以来,中国城乡居民的储蓄率始终维持在 20% 以上,并呈现出持续增长趋势,与之相对应,居民消费支出占国民生产总值的比率较低,且呈现不断下降趋势。1991~1998 年,最终居民消费率基本维持在 47% 左右,而 1998~2010 年,则由 46.48% 下降到 33.22%。因此,探究中国居民高储蓄率背后的原因,对于扩大内需、优化结构和促进增长具有非常重要的理论和政策含义。

近年来,对于中国高储蓄率问题的研究已有很大的进展。刘金全和郭整风

* 雷震、张安全;西南财经大学经济学院 四川成都 611130 电子信箱:leizhen@swufe.edu.cn。

张安全感谢中央高校基本科研业务费专项资金资助(Supported by the Fundamental Research Funds for the Central Universities),项目名称:“中国居民预防性储蓄的重要性”,项目编号:JBK1207096。同时,感谢两位匿名审稿人对本文细致地审阅和对本文模型设定等方面提出的宝贵建议。文责自负。

(2002)、贾德奎和施红俊(2003)、蔡昉(2004)及何新华和曹永福(2005)等文献在确定性条件下分别从经济增长、收入分配差距和人口结构变化等方面解释了中国的高储蓄率问题。而 Deaton(1991)指出,不确定性会大大改变消费者的消费行为,传统的持久收入-生命周期理论模型对于未来的各种不确定性不够重视,因此,经济主体的行为可能偏离其标准模型预测。预防性储蓄理论则在吸收了理性预期思想的基础上将不确定性引入分析框架来研究消费者跨期优化选择行为,大大提高了模型的解释与预测能力。所谓预防性储蓄,是指风险厌恶型消费者为应对未来收入不确定性而进行的额外储蓄(Leland,1968)。预防性储蓄量与未来收入下降的风险正相关。由于预防性储蓄理论更接近现实,在分析西方国家居民的储蓄与消费行为中得到广泛运用。事实上,中国经济社会正处于转型期,其发展不平衡及不确定性相对于西方发达国家更为严重,因此,国内学者也开始尝试使用预防性储蓄理论来解释和检验中国居民的高储蓄行为。

国外已有文献对于居民预防性储蓄的研究主要分三类:首先是关于预防性储蓄动机存在性的理论研究,这一类研究主要是从数理推导上得出预防性储蓄动机存在的条件及其均衡路径;其次是关于预防性储蓄动机存在性的经验研究;最后是关于预防性储蓄重要性的研究,即居民储蓄中有多少储蓄可以由预防性储蓄来解释。

在对预防性储蓄动机存在性的理论研究中,Leland(1968)、Sandmo(1970)、Miller(1974、1976)和 Sibley(1975)先后在两时期模型和更一般化的多时期模型中得出一致的结论:如果效用函数是时间可加的,那么当效用函数的三阶导数大于0时,消费者存在预防性储蓄动机。随后,Kimball(1990)定义了绝对谨慎系数 $-u'''/u''$,并指出可以以此来衡量消费者预防性储蓄动机的强度。在此基础上, Lee 和 Sawada(2007)等引用 Dynan(1993)所提出的预防性储蓄模型,通过二阶泰勒近似得到的欧拉方程将不确定性引入模型,得出不确定性条件下检验预防性储蓄动机强度的计量模型并进行分析,结论认为现实生活中居民明显存在预防性储蓄动机。但是,对于预防性储蓄重要性这一问题的研究结论,在国外的研究文献中还备受争议。

由于在不确定性条件下不可能对于任何形式的效用函数都求出明确的显示解,所以对于预防性储蓄重要性的研究,国外文献通常采用的方法有三种:一是采用数值模拟的办法近似地求解预防性储蓄者的消费和储蓄函数,并将其与确定性等价下消费者的消费行为进行对比以求得预防性储蓄的绝对水平,从而对预防性储蓄的重要性问题进行讨论,如 Zeldes(1989)、Carroll 和 Kimball(1996)等;二是采用实验经济学的方法在实验室中研究当未来收入存在不确定性时消费者的预防性储蓄问题,如 Ballinger 等

(2003);三是基于特殊形式的效用函数,从包含收入不确定性的消费者跨期选择模型中推导出消费者的消费和储蓄路径,从而直接估计出预防性储蓄在居民财富积累中所占的比例。对于数值模拟,其局限性在于模型设定都比较简单,而且要对一些参数赋值。实验研究虽然可以在受控的环境下研究消费者的预防性储蓄行为,但是由于其小样本性质或者实验中货币激励作用太弱而有其局限性。因此,国外对于预防性储蓄重要性问题的研究大多采用第三种方法,但是不同的文献得出的结论不尽相同。Skinner(1988)认为美国居民的预防性储蓄在总储蓄中所占比例达到56%。Caballero(1991)也认为收入不确定性所导致的预防性储蓄是美国总财富积累的一个重要来源,预防性储蓄动机能够解释美国财富积累的60%。相反,也有一些文献认为,预防性储蓄并不是很重要。Lusardi(1998)分析美国健康与退休研究(HRS)的数据发现,美国家庭虽然存在显著的预防性储蓄动机,但是预防性储蓄对财富积累的贡献却不是很大,只占到整个财富积累的1%~3.5%。Guiso等(1992)使用来自意大利的家庭收入与财富调查(SHIW)数据分析发现,预防性储蓄只占总储蓄的很小一部分。Wilson(1998)的结果也表明预防性储蓄在财富积累中的作用不明显。

国内关于预防性储蓄的研究主要集中在第二类研究,即检验居民的预防性储蓄动机强度。宋铮(1999)运用1985~1997年的年度时序资料,以居民的收入标准差作为未来收入不确定性的指标,对居民储蓄额的年增加值进行回归分析,结果表明,中国居民对于未来收入的不确定性具有正向的储蓄动机。万广华等(2003)、杭斌和申春兰(2005)、田岗(2005)和易行健等(2008)认为中国农村居民存在显著的预防性储蓄动机。同时,孙凤(2001)、龙志和与周浩明(2000)、施建淮和朱海婷(2004)的研究表明中国城市居民也显著地存在预防性储蓄动机。周绍杰(2010)利用微观数据以及易行健等(2011)利用最新的省际数据同样检测到中国居民具有较强的预防性储蓄动机。最近,凌晨和张安全(2012)对比分析了城市和农村居民的预防性储蓄动机强度,认为城市居民比农村居民的预防性储蓄动机更强。

在国内已有文献中,虽然对城乡居民的预防性储蓄动机强度做了检验,但是必须指出的是,尽管已有文献几乎都认为中国城乡居民存在(较强的)预防性储蓄动机,但这与预防性储蓄重要性——中国居民预防性储蓄在居民总储蓄中占有多大比例以及这一比例是否足够高以至于成为解释“高储蓄、低消费”主要原因——是两个不同的问题。遗憾的是,对于预防性储蓄重要性的研究目前还很少有文献涉及,但对这一问题的研究无疑具有重要的理论和政策含义。本文首先从标准的跨期消费决策模型推导出代表性消费者的预防性储蓄函数,进而得到人均预防性财富函数,然后根据中国

地级市层面的居民消费支出实际数据对人均预防性财富函数中的参数赋值,并测算出城乡居民的财富积累中预防性财富所占比例,为预防性储蓄的重要性提供经验证据。考虑到中国有别于西方国家的文化背景,与国外文献以个人为单位来建构模型不同,本文尝试以家庭作为基本单位来建构模型,同时,鉴于中国经济处于高速增长时期,在模型中我们考虑了居民收入增长的时间趋势,并在此基础上进行经验分析。此外,在实证策略上,考虑到中国特有的城乡二元经济结构,城乡居民的预防性储蓄动机可能存在较大差异,本文尝试在同一理论框架下运用统一的统计口径分别对城乡居民的预防性储蓄进行经验检验,有利于提出有针对性的政策建议。

本文剩余部分结构如下:第二部分,在确定性视界下建立代表性消费者面临收入不确定性时的优化模型,并识别出收入不确定性对于居民财富积累的影响;第三部分讨论预防性储蓄模型中的参数取值问题;第四部分测算出不同参数取值下的预防性储蓄导致的城乡居民财富积累水平以及城乡居民的财富积累中预防性储蓄所占的比例;第五部分是小结及相应的政策建议。

二 理论模型

近年来,尽管预防性储蓄理论把引起预防性储蓄的不确定性因素从收入的不确定性扩展到了生命长度及消费支出等的不确定性,但正如郭香俊和杭斌(2009)指出的,消费者的预防性储蓄行为主要是未来劳动收入不确定性和凸的边际效用这两个因素相结合的产物。所以,本文只关注由于收入的不确定性所引起的预防性储蓄,并将其与其他的储蓄分离开来。

此外,国外文献中预防性储蓄模型一般以个体作为决策单位。然而,基于中国的文化背景,家庭纽带相比西方国家更为紧密,家庭往往才是经济活动的最小单位,居民的货币收入大多数以家庭为单位进行消费,家庭的消费以消费品共同使用、消费支出统一安排为特征,所以本文尝试以家庭作为基本单位构建模型并在此基础上进行经验分析。为了简化,我们假定每一家庭具有相同的人口数量并基本保持稳定,且整个家庭的总效用是分离可加的,即整个家庭的总效用是单个家庭成员的效用之和,则家庭决策者面临的最大化家庭总效用就等价于最大化单个家庭成员的效用。考虑有限期模型中决策周期为 T 的某一代表性消费者 i 作为家庭决策者在每一期的消费-储蓄选择。首先假定代表性消费者 i 作为家庭消费的决策者在第 t 期的效用函数具有常绝对风险规避系数,即 $u(c_{it}) = -(1/\theta)e^{-\theta c_{it}}$,且效用函数是时间分离可加的。再假定消费

者外生给定的初始财富水平为 $A_{i0} = 0$, 消费者在每一期都可以以固定实际利率 r 在资本市场进行借贷。考虑到中国经济处于高速增长时期, 代表性消费者的人均劳动收入增长存在一个时间趋势, 为了在理论模型中刻画这一特征, 我们假设人均实际收入按照一个预期固定的数额增长。

综合上述信息, 家庭代表性消费者最大化现值期望效用, 其相对应的优化问题为:

$$\begin{aligned} \max_{c_{it+j}} E_t & \left[\sum_{j=0}^{T-t} \frac{1}{(1+\rho)^j} \left(-\frac{1}{\theta} e^{-\theta c_{it+j}} \right) \right] & (1) \\ \text{s. t. } c_{it} & = y_{it} + (1+r)A_{it-1} - A_{it} \quad \text{当 } 0 \leq t \leq T \text{ 时,} \\ & A_{iT} = 0 \\ & A_{i0} = 0 \\ & y_{it} = y_{it-1} + k + w_{it} \end{aligned}$$

其中, T 是代表性消费者的决策期限, E_t 表示基于 t 期信息的条件期望, ρ 是消费者的主观贴现率, r 是利率水平, θ 是绝对风险规避系数 ($\theta > 0$), A_{it} 是财富水平, y_{it} 是第 t 期人均实际收入, k 是每一期被人们预期到的确定增长量, w_{it} 是实际人均收入增长的不确定部分, 为了分析简便, 我们假设 w_{it} 是独立同分布的, 且服从均值为 0 方差为 σ_w^2 的正态分布。

利用动态规划求解代表性消费者的最优化问题(1), 其贝尔曼方程为:

$$V(A_{it}) = \max_{c_{it}} \left\{ - (1/\theta) e^{-\theta c_{it}} + \frac{1}{1+\rho} E_t [V(A_{it+1})] \right\} \quad (2)$$

联立贝尔曼方程和财富约束条件, 假设存在内部解, 则该解的一阶必要条件为:

$$e^{-\theta c_{it}} - \frac{1+r}{1+\rho} E_t [V'(A_{it+1})] = 0 \quad (3)$$

同时对(2)式中的状态变量 A_{it} 使用包络定理可得:

$$V'(A_{it}) = \frac{1+r}{1+\rho} V'(A_{it+1}) \quad (4)$$

联立等式(3)式和(4)式, 得到:

$$V'(A_{it}) = e^{-\theta c_{it}} \quad (5)$$

将(5)式代入(3)式, 求解得到欧拉方程:

$$e^{-\theta c_{it}} = \frac{1+r}{1+\rho} E_t [e^{-\theta c_{it+1}}] \quad (6)$$

为了方便求解出财富函数的显示解, 我们必须令(6)式中的实际利率为 0。实际上, Caballero(1991)指出对利率设定的简化, 并不会弱化文章的主要结论。另外, 2005

~2009年中国通货膨胀率的算术平均值和几何平均值分别为2.875%和1.266%，一年期存款利率算术平均值和几何平均值分别为2.824%和1.318%，通胀率与名义利率基本持平，实际利率仅为5%左右，因而我们将利率设定为0，这与实际情况偏离不大，不会对文章的结论产生严重的影响。实际利率设定为0，则欧拉方程和约束条件转化为：

$$e^{-\theta c_{it}} = E_t [e^{-\theta c_{it+1}}] / (1 + \rho) \quad (7)$$

$$c_{it} = y_{it} + A_{it-1} - A_{it} \quad (8)$$

$$c_{iT} = y_{iT} + A_{iT-1} \quad (9)$$

参照 Caballero (1991) 的方法，很容易验证（代入即可）下列形式的消费函数随机过程满足欧拉方程（7）式：

$$c_{it+1} = c_{it} + \Gamma_{it} + w_{it+1} \quad (10)$$

其中， Γ_{it} 是待确定的常数项。为了确定 Γ_{it} 的大小，将（10）式代入（7）式，整理后得到： $\Gamma_{it} = \frac{1}{\theta} [\ln E_t (e^{-\theta w_{it+1}}) - \ln(1 + \rho)]$ 。因为 w_{it+1} 服从均值为0 方差为 σ_w^2 的正态分布，所以 $\ln E_t (e^{-\theta w_{it+1}}) = \theta \sigma_w^2 / 2$ 。因此，消费函数可写为：

$$c_{it+1} = c_{it} - \ln(1 + \rho) / \theta + \theta \sigma_w^2 / 2 + w_{it+1} \quad (11)$$

由（11）式可知：

$$c_{it} = c_{iT} - (T - t) \cdot [\theta \sigma_w^2 / 2 - \ln(1 + \rho) / \theta] - \sum_{j=1}^{T-t} w_{it+j} \quad (12)$$

将约束条件 $c_{iT} = y_{iT} + A_{iT-1}$ 带入（12）式，得到：

$$c_{it} = y_{iT} + A_{iT-1} - (T - t) [\theta \sigma_w^2 / 2 - \ln(1 + \rho) / \theta] - \sum_{j=1}^{T-t} w_{it+j} \quad (13)$$

因收入的增长路径为 $y_{it} = y_{it-1} + k + w_{it}$ ，所以有：

$$y_{iT} = y_{it} + (T - t)k + \sum_{j=1}^{T-t} w_{it+j} \quad (14)$$

将（14）式带入（13）式，替换掉 y_{iT} ，得到：

$$c_{it} = y_{it} + A_{iT-1} - (T - t) \cdot [\theta \sigma_w^2 / 2 - \ln(1 + \rho) / \theta - k] \quad (15)$$

由（15）式和约束条件 $c_{it} = y_{it} + A_{it-1} - A_{it}$ 可得：

$$A_{iT-1} = A_{it-1} - A_{it} + (T - t) [\theta \sigma_w^2 / 2 - \ln(1 + \rho) / \theta - k] \quad (16)$$

因 $A_{iT} = 0$ ，所以将（16）式两边从第 t 期到第 T 期连续求和，再除以 $T - t + 1$ ，得到：

$$A_{iT-1} = \frac{A_{it-1}}{T - t + 1} + \frac{(T - t)}{2} [\theta \sigma_w^2 / 2 - \ln(1 + \rho) / \theta - k] \quad (17)$$

联立(17)式和(15)式,消去 A_{iT-1} ,得到:

$$c_{it} = y_{it} + \frac{A_{it-1}}{T-t+1} - \frac{(T-t)}{2} [\theta\sigma_w^2/2 - \ln(1+\rho)/\theta - k] \quad (18)$$

由恒等式 $s_{it} \equiv y_{it} - c_{it}$ 可知:

$$s_{it} = \frac{(T-t)}{2} [\theta\sigma_w^2/2 - \ln(1+\rho)/\theta - k] - \frac{A_{it-1}}{T-t+1} \quad (19)$$

因 $A_{it} = A_{it-1} + s_{it}$, 所以人均财富函数有如下关系:

$$A_{it} = \frac{j(T-t)}{2} [\theta\sigma_w^2/2 - \ln(1+\rho)/\theta - k] + \frac{T-t}{T-t+j} A_{it-j} \quad (20)$$

因 $A_{i0} = 0$, 令 $j = t$, 便得到不确定性条件下代表性消费者在第 t 期的财富水平:

$$A_{it} = \frac{(T-t)t\theta\sigma_w^2}{4} - \frac{(T-t)t}{2} [\ln(1+\rho)/\theta + k] \quad (21)$$

因为在确定性条件下, 欧拉方程为 $e^{-\theta c_{it}} = e^{-\theta c_{it+1}}/(1+\rho)$, 所以我们很容易求得确定性条件下代表性消费者在第 t 期的财富水平为:^①

$$\bar{A}_{it} = -\frac{(T-t)t}{2} [\ln(1+\rho)/\theta + k] \quad (22)$$

由(21)式减去(22)式, 得到预防性储蓄导致的财富积累函数为:

$$A_{it}^* = \frac{(T-t)t\theta\sigma_w^2}{4} \quad (23)$$

由于无法直接观测到家庭中每个年龄阶段的居民的实际财富积累水平, 我们只能通过比较预防性储蓄导致的社会人均财富水平和实际社会人均财富水平的比例关系来判断预防性储蓄的重要性。如果 $P(j)$ 表示一个社会中年龄为 j 的居民占总人数的比例, 则第 t 期整个社会的人均预防性财富水平(完全由预防性储蓄导致的财富积累水平)为:

$$\bar{A}_t = \sum_{j=1}^T [A_{it}^* \cdot P(j+t_0)] \quad (24)$$

其中, t_0 为代表性消费者开始拥有决策权的初始年龄, T 为代表性消费者的决策期限。设 A_t 为整个社会实际的人均财富水平, 则居民的实际财富积累中可以由预防性储蓄解释的比例为 \bar{A}_t/A_t , 这便是反映预防性储蓄重要性的指标。

① 具体推导过程见附录。

三 参数取值

由第二部分可知,要测算出完全由预防性储蓄动机所导致的城乡居民人均财富积累水平,首先需要根据已有文献及中国的客观现实对参数 T 、 t_0 、 $P(j)$ 和 $\theta\sigma_w^2$ 赋值。下面我们将分别对 T 、 t_0 、 $P(j)$ 和 $\theta\sigma_w^2$ 的取值范围进行讨论。

(一) 决策期限 T 和初始年龄 t_0

在 Caballero(1991)的理论模型中,代表性消费者是能够在整个生命周期中进行最优消费决策的,因此 T 的取值就是居民的预期寿命长度,分别取值为 57 和 69。但是,在中国,尤其是在中国农村地区,家庭往往才是经济活动的最小单位,居民的货币收入大多数以家庭为单位进行消费,家庭的消费以消费品共同使用、消费支出统一安排为特征。因此,消费者的优化问题,我们应该以家庭为基本单位进行分析。

在一个家庭中,家庭成员一般是在参加工作具有稳定收入或结婚以后一直到退休以前这段时期内拥有家庭消费的决策权。因而,虽然当前中国人均预期寿命约 74.83 岁,但是考虑到当前中国城乡居民的平均结婚年龄为 30 岁和退休年龄为 60 岁,所以,本文中我们将 T 取值为 30 进行计算,且 $t_0 = 30$,我们认为,对这一参数的校正,更符合现实,并提高了预防性储蓄占总储蓄的比例的测量精度。^①

由(23)和(24)式可知,给定居民的年龄结构 $P_i(j)$,则 T 取值越大,预防性储蓄导致的人均财富积累 \bar{A}_i 就越高。实际上,我们将 T 取值为 30 得到的是相当保守的结论。作为参照,在本文的第四部分,分别在决策者决策权期限为 30 年和 40 年的设定下估计了预防性储蓄动机所导致的人均财富积累水平。

(二) 人口年龄结构 $P(j)$

由于本文采用的是 2005~2009 年的居民消费数据,因此人口年龄结构也应该采用该时期的数据。但是考虑到人口年龄结构数据的可获得性,本文将通过对 2000 年第五次人口普查和 2010 年第六次人口普查统计的中国城乡居民年龄结构数据进行加权平均,近似地计算出该时期内中国城乡居民的人口年龄结构。

假设第五次人口普查时年龄为 j 的人口所占的比例为 $P_5(j)$,第六次人口普查时

^① 我们将决策期限规定为 30~60 岁的另一个优势在于:如果到 30 岁才具有完全决策权并拥有下一代,到 60 岁左右退休,开始丧失家庭消费的决策权时,下一代正好 30 岁,家庭决策权由上一代转移到下一代。这样就保证了每个家庭每个时期只有一个实质性的决策者。

年龄为 j 的人口所占的比例为 $P_6(j)$ 。如果不考虑出生率和死亡率,则有 $P_5(j) = P_6(j + 10)$,则我们可采用加权平均法近似地计算出在第五次人口普查后第 t 年年龄为 j 的人口所占的比例大约为:

$$P(j) = [(10 - t) \cdot P_5(j - t) + t \cdot P_6(j + 10 - t)] / 10 \quad (25)$$

根据(25)式可以算得 2005 ~ 2009 年年龄为 j 的人口所占的比例大约平均为:

$$\bar{P}(j) = \sum_{i=5}^9 [(10 - t) \cdot P_5(j - t) + t \cdot P_6(j + 10 - t)] / 50, \quad j \geq 9 \quad (26)$$

根据公式(26)计算所得数据可以绘制 2005 ~ 2009 年平均年龄为 j 的人口的概率分布,如图 1 所示。^①可以看出,2005 ~ 2009 年平均年龄分布,城镇 20 ~ 55 岁的中年人较农村居民比例更高,这与在城市化进程中越来越多的成年农村人口转移到城市的现实相符。因为农村人口向城市转移主要是在 30 岁以前,且很少存在从城市向农村

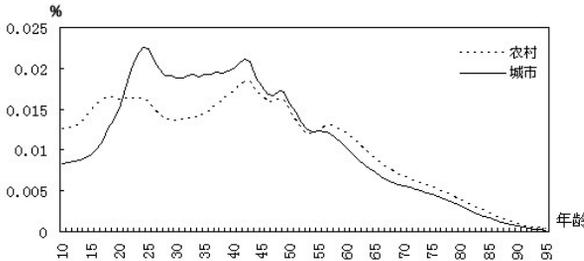


图 1 2005 ~ 2009 年城乡平均人口年龄结构

转移的情况,而家庭决策者的年龄又主要是在 30 岁到 60 岁之间,所以,对于所有家庭决策者,在他的决策期限内,他要么始终是城市居民,要么始终是农村居民。进而,这种人口转移并不会对本文估计的城乡人口年龄结构产生影响。

但是,假定出生率等于死亡率显然不符合实际情况,因而上述估计的结果可能存在偏差。由于中国人口的自然增长率一直维持在 5% 以上,所以如果第五次人口普查后第 t 年的人口真实年龄结构为 $P(j)$,显然有:

$$P_6(j + 10 - t) \leq P(j) \leq P_5(j - t) \quad \forall 0 \leq t \leq 10; \quad j \geq t \quad (27)$$

因此,我们可以将 $P_6(j + 10 - t)$ 和 $P_5(j - t)$ 分别作为第五次普查后第 t 年全社会人口真实年龄结构 $P(j)$ 的上界和下界。从而,我们可以近似地计算出 2005 ~ 2009 年城乡居民平均人口年龄结构 $\bar{P}(j)$ 的下界和上界为:

$$\left[\sum_{i=5}^9 P_6(j + 10 - t) / 5, \sum_{i=5}^9 P_5(j - t) / 5 \right], \quad j \geq 9 \quad (28)$$

① 具体人口年龄结构数据可向作者索取。

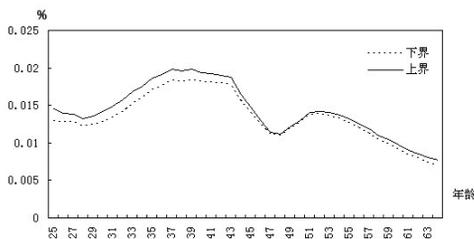


图2 2005~2009年农村平均人口年龄结构的上下界

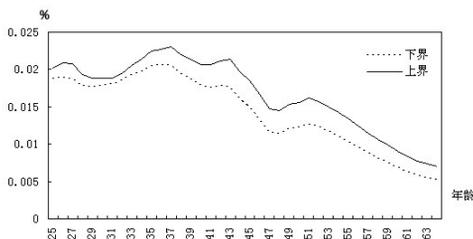


图3 2005~2009年城市平均人口年龄结构的上下界

因而,由(26)和(28)式可知:

$$\bar{P}(j) \in \left[\sum_{t=5}^9 P_6(j+10-t)/5, \sum_{t=5}^9 P_5(j-t)/5 \right] \quad (29)$$

因为真实人口年龄结构的上界和下界差异不大,所以将(26)式计算的近似人口年龄结构 $\bar{P}(j)$ 作为真实人口年龄结构 $P(j)$ 的近似值不会产生大的偏误。这一点从后面的检验结果可以进一步得到证实。

(三) $\theta\sigma_w^2$ 的估算

由(11)式可知,对于理性预期的消费者,我们有 $c_{it+1} = E_t(c_{it+1}) + w_{it+1}$, 将其带入欧拉方程(6)式并取对数,整理得到:

$$c_{it+1} - c_{it} = \frac{1}{\theta} \ln\left(\frac{1+r}{1+\rho}\right) + \frac{\theta}{2} \cdot \sigma_w^2 + w_{it+1} \quad (30)$$

其中, σ_w^2 是未来收入的不确定性,对于 CARA 型效用函数有 $\theta = -u'''(c_{it})/u''(c_{it})$, 这便是衡量消费者预防性储蓄动机强度的绝对谨慎系数(Kimball, 1990), θ 越大则消费者的预防性储蓄动机越强。

(30)式右端的收入不确定性无法直接获得观测数据,多数文献采用消费支出增长平方的均值或收入增长平方的均值来代替不确定性,由于这种做法会使面板数据被压缩为截面数据,损失掉较多的个体信息,因此本文并不直接估计 $\theta/2$ 。通过变换,等式(30)转化为:

$$\Delta c_{it} = \frac{1}{\theta} \ln\left(\frac{1+r}{1+\rho}\right) + \frac{\theta}{2} \cdot \frac{\sigma_w^2}{\Delta y_{it}^2} \cdot \Delta y_{it}^2 + w_{it} \quad (31)$$

其中, Δc_{it} 是代表性消费者 i 在第 t 时期的实际消费增量, Δy_{it}^2 是代表性消费者 i 在第 t 时期的实际收入增长量的平方。将(31)式重写为:

$$\Delta c_{it} = \alpha_0 + \alpha_1 \cdot \Delta y_{it}^2 + w_{it} \quad (32)$$

其中, $\alpha_0 = \ln[(1+r)/(1+\rho)]/\theta$, $\alpha_1 = \theta\sigma_w^2/2\Delta y_{it}^2$ 。显然 α_1 不再是衡量预防性储蓄动机强度的绝对谨慎系数,它通常要小于 θ , 当且仅当实际收入服从随机游走时才有 $\alpha_1 = \theta$ 。

由(32)式可知,截距项 $\alpha_0 = \ln[(1+r)/(1+\rho)]/\theta$ 是与各地区的实际利率水平和消费者的主观贴现率相关的。其中主观贴现率是不可观测的,并且在每个个体之间是存在差异的,如果直接对(32)式进行混合回归(pooled regression),则可能遗漏了不可观测的个体差异。这种情况下,一般可以通过对原模型进行“除均值(mean-differencing)”或“一阶差分”变换消除个体异质性后再使用 OLS 一致地估计参数。但是,除均值(FE)的估计系数与一阶差分(FD)的估计系数往往有较大差别。一般认为,FE 比 FD 更有效率,故本文采用固定效应模型得到参数的一致估计量。另外,各地区的利率水平每年可能存在相同的变动趋势,因此在固定效应模型中还应该考虑时间效应,即双向固定效应。

因为本文仅考察了收入的不确定性,方程(32)式可能遗漏了收入以外的不确定性因素,所以模型存在内生性问题。固定效应模型虽然在一定程度上处理了个体异质性问题,但由于回归模型本身包含内生解释变量,为了得到一致的估计量,我们仍然需要采用工具变量法来解决模型的内生性问题。本文将滞后一期和滞后两期的人均收入作为工具变量。我们首先从逻辑上来说明我们所选取的工具变量的有效性。Leland(1968)指出高收入对应着高风险,因为高收入存在更多的投机特性。故滞后一期和滞后两期的收入与衡量收入不确定性的消费增长量的平方是相关的。未来的不确定性是与未来状况相联系的,因此滞后一期和滞后两期的人均收入与未来收入以外的不确定性因素并不是显著相关的,即滞后一期和滞后两期的人均收入与扰动项不相关。最后,从检验结果来看,弱工具变量检验的 F 值较大,^①不存在弱工具变量问题,而且过度识别检验的 P 值均大于 0.7,接受“所有工具变量均外生”的原假设,因而统计检验结果也证实了工具变量的有效性。

当工具变量个数多余内生变量个数时,对面板数据进行广义矩估计(GMM)会更有效率,因此本文对上述固定效应-工具变量模型采用广义矩估计进行回归。本文所采用的是来自《中国区域经济统计年鉴》2005~2009 年各地级城市的面板数据,包括各地级城市居民的人均纯收入和人均消费支出。考虑到在中国二元经济结构的背景

① 判断弱工具变量的方法主要有两种:方法一是根据 Shea's partial R²。但是具体该值多低才构成弱工具变量,目前尚无共识。另一种方法是在第一阶段回归中检验假设“工具变量的系数为 0”。经验规则表明:如果此检验的 F 统计量大于 10,则拒绝“存在弱工具变量”的原假设,不必担心弱工具变量问题。

下,城乡之间可能存在较大差异,我们首先把数据分为农村和城市两个样本。由于数据的缺失,农村样本包括 319 个地级城市的数据,城市样本包括 297 个地级城市的数据。然后,以 2005 年为基期,计算出 2006 ~ 2009 年每年的消费支出增长量和收入增长量的平方,分别作为被解释变量和解释变量。主要变量的描述性统计如表 1 所示。

表 1 主要变量描述性统计

	变量	样本数	均值	标准差	最小值	最大值
农村	人均消费增长量	1276	342.79	525.51	-6002	3560
	人均收入增长量的平方	1276	427 640.50	602 075.30	49	10 169 721
	人均收入	1276	4586.41	2183.58	1296	15 090
城市	人均消费增长量	1188	961.83	746.99	-4586	7737
	人均收入增长量的平方	1188	2 942 334	4 812 179	1024	121 572 676
	人均收入	1188	11 788.49	4017.47	4937	33 593

作为对比,表 2 同时报告了固定效应和固定效应工具变量法的估计结果。对于城市和农村两个样本,由固定效应工具变量法得到的参数估计值均高于由固定效应法得

表 2 (32) 式的估计结果

	城市		农村	
	FE	FE-IV	FE	FE-IV
Δy_{it}^2	0.000069 *** (6.31)	0.000094 ** (3.00)	0.00028 *** (6.57)	0.00031 (1.84)
<i>year_dummy2</i>	271.10 *** (4.65)		157.80 *** (4.04)	
<i>year_dummy3</i>	109.00 * (2.28)	-137.80 * (-2.02)	215.90 *** (4.66)	57.04 * (2.02)
<i>year_dummy4</i>	191.10 *** (4.18)	-36.48 (-0.53)	207.00 *** (4.18)	52.44 (1.40)
弱工具变量检验(F 值)		28.67		12.20
过度识别检验(P 值)		0.74		0.89
内生性检验(P 值)		0.09		0.03
观测数	1188	891	1276	957

说明:括号内为 t 统计量,* $p < 0.05$,** $p < 0.01$,*** $p < 0.001$;FE 表示固定效应法的回归结果,FE-IV 表示固定效应工具变量法的回归结果;*year_dummy2*、*year_dummy3* 和 *year_dummy4* 是时间虚拟变量。

到的参数估计值。内生性检验结果也表明模型确实存在内生性问题,所以我们支持固定效应-工具变量法的回归结果,认为城市居民和农村居民的 $\alpha_1 = \theta\sigma_w^2/2\Delta y_{it}^2$ 分别为 0.000094 和 0.00031,即城市居民和农村居民的 $\theta\sigma_w^2/\Delta y_{it}^2$ 分别为 0.00019 和 0.00062。

因为 $\theta\sigma_w^2 = (\theta\sigma_w^2/\Delta y^2)\Delta y^2$,所以我们只需由上一步估计得到的 α_1 的参数值和居民收入增长量平方 Δy^2 相乘便可以得到该统计量。根据甘犁等(2012)的中国家庭金融调查(China Household Finance Survey, CHFS)数据显示,2010 年中国家庭收入的基尼系数为 0.61,考虑到中国存在较大的收入差距, Δy^2 的差异也很大,所以本文中 Δy^2 采用各地区城乡居民的收入增长平方的中位数才更贴近普通民众的实际生活状况,因为中位数只是汇报位置处于中间的统计量,极端值的变化对此没有影响。在 319 个地

级市的农村样本中,居民人均收入增长量平方的中位数为 265 225;在 297 个地级城市的城市样本中,居民人均收入增长量平方的中位数为 2 118 699。结合 (32) 式的回归结果,我们就能

表 3 2005 ~ 2009 年地级市城乡居民收入增长量的平方

	农村	城市
Δy^2	265 225	2 118 699
$\theta\sigma_w^2/\Delta y^2$	0.00062	0.00019
$\theta\sigma_w^2$	164.44	397.04

计算出城市居民和农村居民的 $\theta\sigma_w^2$,如表 3 所示。

四 预防性储蓄的重要性

(一) 预防性储蓄与财富积累

对参数 T 、 t_0 、 $P(j)$ 和 $\theta\sigma_w^2$ 赋值后,我们便可以由 (24) 式(即: $\bar{A}_t = \sum_{j=1}^T [A_{it}^* \cdot P(j + t_0)]$) 估算出预防性储蓄引起的中国城乡居民人均财富积累水平。如表 4 所示,当 T 取值为 30,并根据 (26) 式计算的 2005 ~ 2009 年平均人口年龄结构给 $\bar{P}(j)$ 赋值后估算出的结果是:农村和城市居民预防性储蓄导致的财富积累分别为 2847.49 元和 7724.47 元,城市居民是农村居民的 2.71 倍。这与凌晨和张安全(2012)“城市居民相对谨慎系数是农村居民相对谨慎系数的两倍”的结论基本一致。因此,从绝对量上来看,收入不确定性确实会使中国城乡居民进行较多的储蓄,且城市居民的预防性储蓄引起的中国农村和城市居民财富积累远高于农村居民。究其原因,可能有如下三方面:首先,从消费支出的范围和形式变化来看,近年来城市不断攀升的房价增大了城市居民消费支出的不确定性,而对农村居民实行的新农合以及免除义务教育阶段学费等

政策降低了农村居民消费支出的不确定性,这与2004年以来中国城市居民的储蓄率一直高于农村居民的储蓄率相符;其次,从中国城乡居民的收入结构变化来看,自1998年国企改革开始,城市居民的收入来源中不确定性较大的财产性收入所占的比重也越来越高,而在农村居民的收入来源中不确定性较小的工资性收入所占比重越来越高;最后,从收入水平来看,城市居民的收入水平远远高于农村居民的收入水平,高收入对应着高风险,因为高收入存在更多的投机特性。

此外,依据不同的人口年龄结构 $P(j)$ 估算的结果可能不一致。为了保证本文估计结果的可靠性,我们分别以2005~2009年平均人口年龄结构的下界和上界为基础,重新估计了城乡居民为应对收入不确定性而产生的财富积累水平。结果发现,依据人口年龄结构 $P(j)$ 的下界和上界估计得到的结果并无显著差异,故本文结论的可靠性并不会因为近似人口年龄结构 $\bar{P}(j)$ 的估计偏差而受到影响,因而我们也无需寻求更优的方法来估算人口年龄结构的近似值。

表4 预防性储蓄引起的城乡居民财富积累量 元

人口年龄结构 $P(j)$	$T = 30$		$T = 40$	
	农村	城市	农村	城市
近似值	2847.49	7724.47	6499.10	17 988.74
下界	2737.68	6702.89	6253.46	15 815.24
上界	2892.89	8047.82	6650.70	18 689.36

(二) 预防性财富占实际财富积累的比重

衡量预防性储蓄重要性的一个重要指标是预防性储蓄导致的人均财富积累在城乡居民人均总财富中的比重,即 \bar{A}_t/A_t 。其中人均预防性财富水平 \bar{A}_t 已经在前文得到其估算值,为了测算该指标,我们还需要明确城乡居民的人均总财富水平 A_t ,但是关于城乡居民财富水平的统计数据比较缺乏。目前,主要有甘犁等(2012)、陈彦斌(2008)和钟伟(2010)^①等提供了中国城乡居民财富水平数据。

根据甘犁等(2012)的CHFS的数据显示,中国家庭财富净值的均值为665 187元。其中,城市家庭财富净值均值为1 467 860元;农村家庭财富净值均值为117 928元。由于CHFS数据报告的是城乡居民的家庭净财富而不是人均财富,所以本文首先

① <http://finance.ifeng.com/news/special/shourufenpei/20100607/2284853.shtml>.

要根据 CHFS 数据计算出城乡居民的人均财富水平。由第六次人口普查数据可知,中国农村居民的家庭规模均值为 3.33 人户,城市居民的家庭规模均值为 2.71 人户,进而得到农村和城市家庭近似的人均财富分别为 35 371 元和 542 246 元。

陈彦斌(2008)利用奥尔多投资研究中心的家庭资产调查数据系统,计算了中国 2007 年城市和农村的财富分布。为了避免极端值对数据分析的可靠性造成影响,陈彦斌采用 Morissette 和 Zhang(2006)所建议的方法,进行全样本(全部家庭)、剔除最高财富 1%、剔除最高财富 5% 等分组讨论的方法监测极端值对财富分布的影响。其中,城市居民的人均财富水平为 305 990 元,去掉 1% 和 5% 的最富有家庭后城市居民的人均财富水平分别为 286 007 元和 252 511 元;农村居民的人均财富水平为 84 248 元,去掉 1% 和 5% 的最富有家庭后农村居民的人均财富水平分别为 57 463 元和 47 109 元。钟伟(2010)指出“目前,中国城镇居民人均拥有财富量约为 23 万元,其中确权财富约为人均 20 万元;农村居民人均拥有财富约为 17.5 万元,其中确权财富约为人均 5 万元。”

需要注意的是,上述城乡居民财富水平数据均包含了不动产财富,事实上不动产财富的流动性较低,与金融财产之间不存在明显的替代关系。黄平(2006)和骆祚炎(2007)等文献均表明不动产不存在明显的财富效应。所以测算预防性财富占居民财富中的比重时,使用流动性较强的金融财产可能更为合适。根据 CHFS 的调查数据显示,中国城市家庭的金融财产大约是 111 714 元,农村家庭的金融财产大约是 30 996 元,换算为人均量则城市居民和农村居民的人均金融财产分别是 41 268 元和 9297 元。

由人均预防性财富水平除以总财富水平我们便可以确定预防性财富占居民实际财富积累的比重,结果见表 5 和表 6。其中,表 5 是在消费者决策期限为 30 年时的估算结果,表 6 是消费者决策期限为 40 年时的估算结果。表 5 和表 6 的第 1 列是人均总财富 A_i 的选取标准,分别为 CHFS、陈彦斌(2008)和钟伟(2010)所提供的城乡居民人均财富水平数据以及 CHFS 提供的人均金融财产数据。同时,表 5 和表 6 分别报告了人均预防性财富水平 \bar{A}_i 取值表 4 中计算的近似值、下界值和上界值时 \bar{A}_i 占 A_i 的百分比。

由表 5 和表 6 的测算结果可知,从城乡居民的总财富水平来看,预防性财富在其中所占比例较低。依据 CHFS 所提供的城乡居民人均财富水平来估计,如果将决策期限设为 30 年,则预防性储蓄只可以解释农村居民 8% 左右的财富积累和城市居民 1.5% 左右的财富积累,即使决策期限设为 40 年,预防性储蓄只可以解释农村居民 18% 左右的财富积累和城市居民 3% 左右的财富积累。但是,从预防性财富在城乡居

民的金融财产中所占比重来看,即使决策期限取值为 30 年,预防性储蓄也可以解释城市和农村居民金融财产积累的 20% 和 30% 左右;当决策期限取值为 40 年时,预防性储蓄则可以解释城市和农村居民金融财产积累的 40% 和 70% 左右。因此,我们认为预防性储蓄可以在很大程度上解释中国城乡居民的高储蓄问题。

表 5 城乡居民预防性财富占总财富的比重($T = 30$) %

人均财富 A_t	预防性财富水平 \bar{A}_t					
	近似值		下界		上界	
	农村	城市	农村	城市	农村	城市
CHFS	8.05	1.43	7.74	1.24	8.18	1.48
陈彦斌(2008)	6.05	3.06	5.81	2.66	6.14	3.19
钟伟(2010)	5.70	3.86	5.48	3.35	5.79	4.02
金融财产	30.63	18.72	29.45	16.24	31.12	19.50

说明:本文分别选取的是根据 CHFS 数据计算的城乡居民人均财富、陈彦斌(2008)测算的去掉 5% 的最富有家庭后 2007 年城乡居民人均财富和钟伟(2010)估算的城乡居民人均确权财富作为依据进行估计,人均金融财产数据是根据 CHFS 的数据计算得到。下表同。

表 6 城乡居民预防性财富占总财富的比重($T = 40$) %

人均财富 A_t	预防性财富水平 \bar{A}_t					
	近似值		下界		上界	
	农村	城市	农村	城市	农村	城市
CHFS	18.37	3.32	17.68	2.92	18.80	3.45
陈彦斌(2008)	13.80	7.12	13.27	6.26	14.12	7.40
钟伟(2010)	13.00	8.99	12.51	7.91	13.30	9.35
金融财产	69.91	43.59	67.26	38.32	71.54	45.29

五 结论及政策建议

本文尝试在同一理论框架下运用统一的统计口径对城乡居民预防性储蓄所致的财富水平进行了测算,研究结果表明由中国城乡居民收入不确定性而引起的预防性储蓄至少能够解释城乡居民人均金融财产积累的 20% 和 30% 左右。在当前中国城乡居民的储蓄率偏高以及内需乏力的背景下,这一结论具有重要的理论价值和现实意义。

事实上,本文所采用的是较为保守的估计,而且本文仅仅分析了收入不确定性所导致的预防性储蓄对居民财富积累的贡献。除了收入的不确定性,消费支出、价格、制

度、预期寿命和流动性约束等因素的不确定性也会引起中国城乡居民的预防性储蓄,考虑到这些不确定因素后,我们认为居民预防性储蓄实际上能在更大程度上解释城乡居民当前的高储蓄率现象。将这些不确定性谨慎地引入我们的分析框架进行分析是下一步的研究方向。

本研究具有重要的政策含义。我们要扩大内需,一个有效的途径是通过降低城乡居民收入的未来不确定性进而降低城乡居民的预防性储蓄水平。一方面,从收入不确定性所导致的预防性储蓄角度来看,保证经济快速稳定的增长,减小城乡居民收入的不确定性是降低城乡居民的预防性储蓄水平的核心。另一方面,除收入不确定性之外的其他因素所致的预防性储蓄角度来看,稳定物价、建立覆盖城乡的基本医疗和养老保险制度、完善义务教育体系及增进教育公平、促进劳动力及资本等要素市场的自由流动以及保证食品安全等,都将作为较少预防性储蓄的重要因素。

最后,需要指出的是,虽然城市居民的预防性财富水平要远远高于农村居民的预防性财富水平,但是考虑到在中国特有的城乡二元结构下,农村居民的收入水平和绝对消费水平仍远远低于城镇居民,而且预防性财富在农村居民总财富中的比重更高,所以增加对农村的政策倾斜力度能更大程度地提高全社会的福利水平和消除城乡差异,也有利于经济发展和社会稳定。

参考文献:

蔡昉(2004):《人口转变,人口红利与经济增长可持续性——兼论充分就业如何促进经济增长》,《人口研究》第3期。

陈彦斌(2008):《中国城乡财富分布的比较分析》,《金融研究》第12期。

甘犁、尹志超、贾男、徐舒、马双(2012):《中国家庭金融调查报告·2012》,西南财经大学出版社。

郭香俊、杭斌(2009):《预防性储蓄重要性的测算方法及其比较》,《统计研究》第11期。

杭斌、申春兰(2005):《中国农户预防性储蓄行为的实证研究》,《中国农村经济》第3期。

何新华、曹永福(2005):《从资金流量表看中国的高储蓄率》,《国际经济评论》第6期。

黄平(2006):《我国房地产财富效应货币政策关系的实证检验》,《上海金融》第6期。

贾德奎、施红俊(2003):《收入分配差距与居民储蓄率的关系——一个基于金融市场缺陷的理论解释》,《金融教学与研究》第4期。

龙志和、周浩明(2000):《中国城市居民预防性储蓄实证研究》,《经济研究》第11期。

凌晨、张安全(2012):《中国城乡居民预防性储蓄研究:理论与实证》,《管理世界》第11期。

刘金全、郭整风(2002):《我国居民储蓄率与经济增长之间的关系研究》,《中国软科学》第2期。

骆祚炎(2007):《城镇居民金融资产与不动产财富效应的比较分析》,《数量经济技术经济研究》第11期。

施建淮、朱海婷(2004):《中国城市居民预防性储蓄及预防性储蓄动机:1999-2003》,《经济研究》第10期。

宋铮(1999):《中国居民储蓄行为研究》,《金融研究》第6期。

孙凤(2001):《预防性储蓄理论与中国居民消费行为》,《南开经济研究》第1期。

田岗(2005):《不确定性、融资约束与中国农村高储蓄现象的实证分析——一个包含融资约束的预防性储蓄模型及检验》,《经济科学》第1期。

万广华、史清华、汤树梅(2003):《转型经济中农户储蓄行为:中国农村的实证研究》,《经济研究》第5期。

易行健、王俊海、易君健(2008):《预防性储蓄动机强度的时序变化与地区差异——基于中国农村居民的实证研究》,《经济研究》第2期。

易行健、张波、杨碧云(2011):《中国城市居民预防性储蓄动机强度的实证检验》,《上海财经大学学报》第6期。

周绍杰(2010):《中国城市居民的预防性储蓄行为研究》,《世界经济》第8期。

Ballinger, T. P.; Palumbo, M. G. and Wilcox, N. T. "Precautionary Saving and Social Learning Across Generations: An Experiment." *The Economic Journal*, 2003, 113(490), pp. 920-947.

Caballero, R. J. "Earnings Uncertainty and Aggregate Wealth Accumulation." *American Economic Review*, 1991, 81(4), pp. 859-871.

Carroll, C. D. and Kimball, M. S. "On the Concavity of the Consumption Function." *Econometrica*, 1996, 64(4), pp. 981-992.

Deaton, A. "Saving and Liquidity Constraints." *Econometrica*, 1991, 59(5), pp. 1221-1248.

Dynan, K. E. "How Prudent Are Consumers?" *Journal of Political Economy*, 1993, 101(6), pp. 1104-1113.

Guiso, L.; Jappelli, T. and Terlizzese, D. "Earnings Uncertainty and Precautionary Saving." *Journal of Monetary Economics*, 1992, 30(2), pp. 307-37.

Kimball, M. S. "Precautionary Saving in the Small and in the Large." *Econometrica*, 1990, 58(1), pp. 53-57.

Lee, J. J. and Sawada, Y. "The Degree of Precautionary Saving: A Reexamination." *Economics Letters*, 2007, 96(2), pp. 196-201.

Leland, H. E. "Saving and Uncertainty: The Precautionary Demand for Saving." *Quarterly Journal of Economics*, 1968, 82(3), pp. 465-473.

Lusardi, A. "On the Importance of the Precautionary Saving Motive." *American Economic Review*, 1998, 88(2), pp. 449-453.

Miller, B. L. "Optimal Consumption with Stochastic Income Stream." *Econometrica*, 1974, 42(2), pp. 253-266.

Miller, B. L. "The Effect on Optimal Consumption of Increased Uncertainty in Labor Income in the Multiperiod Case." *Journal of Economic Theory*, 1976, 13(1), pp. 154-167.

Morissette, R. and Zhang, Xuelin. "Revisiting Wealth Inequality." *Statistics Canada*, 2006, December: 5-16.

Sandmo, A. "The Effect of Uncertainty on Saving Decisions." *Review of Economic Studies*, 1970, 37(3), pp. 353-360.

Sibley, D. S. "Permanent and Transitory Income Effects in A Model of Optimal Consumption With Wage Income Uncertainty." *Journal of Economic Theory*, 1975, 11(1), pp. 68-82.

Skinner, J. "Risk Income, Life Cycle Consumption, and Precautionary Savings." *Journal of Monetary Economics*, 1988, 22(2), pp.237-255.

Wilson, B. K. "The Aggregate Existence of Precautionary Saving: Time-Series Evidence from Expenditure on Nondurable and Durable Goods." *Journal of Macroeconomics*, 1998, 20(2), pp.309-323.

Zeldes, S. "Optimal Consumption with Stochastic Income: Deviations from Certainty Equivalence." *Quarterly Journal of Economics*, 1989, 104(2), pp.275-298.

附录:(22)式的推导过程

对确定性条件下的欧拉方程取对数,得到:

$$c_{it} = c_{i,t-1} - \ln(1 + \rho)/\theta \tag{A1}$$

$$\text{所以有, } c_{it} = c_{iT} + (T - t)\ln(1 + \rho)/\theta \tag{A2}$$

将财富约束 $c_{iT} = y_{iT} + A_{iT-1}$ 带入(A2)式,得到:

$$c_{it} = y_{iT} + A_{iT-1} + (T - t)\ln(1 + \rho)/\theta \tag{A3}$$

因为确定性条件下收入增长路径为 $y_{it} = y_{i,t-1} + k$, 所以有:

$$y_{iT} = y_{it} + (T - t)k \tag{A4}$$

将(A4)式带入(A3)式,替换掉 y_{iT} , 得到:

$$c_{it} = y_{it} + A_{iT-1} + (T - t)[\ln(1 + \rho)/\theta + k] \tag{A5}$$

联立(A5)式和约束条件 $c_{it} = y_{it} + A_{i,t-1} - A_{it}$ 可知:

$$\text{即: } A_{iT-1} = A_{i,t-1} - A_{it} - (T - t)[\ln(1 + \rho)/\theta + k] \tag{A6}$$

将(A6)式两边从第 t 期到第 T 期连续求和,再除以 $T - t + 1$, 得到:

$$A_{iT-1} = \frac{A_{i,t-1}}{T - t + 1} - \frac{(T - t)}{2}[\ln(1 + \rho)/\theta + k] \tag{A7}$$

将(A7)式带入(A5)式,消掉 A_{iT-1} , 得到:

$$c_{it} = y_{it} + \frac{A_{i,t-1}}{T - t + 1} + \frac{(T - t)}{2}[\ln(1 + \rho)/\theta + k] \tag{A8}$$

由恒等式 $s_{it} \equiv y_{it} - c_{it}$ 可知:

$$s_{it} = -\frac{(T - t)}{2}[\ln(1 + \rho)/\theta + k] - \frac{A_{i,t-1}}{T - t + 1} \tag{A9}$$

因为 $A_{it} = A_{i,t-1} + s_{it}$, 所以我们最终可以得到表达式:

$$A_{it} = -\frac{j(T - t)}{2}[\ln(1 + \rho)/\theta + k] + \frac{T - t}{T - t + j}A_{i,t-j} \tag{A10}$$

因为 $A_{i0} = 0$, 所以令 $j = t$ 便可得到确定性条件下代表性消费者在第 t 期的财富水平:

$$A_{it} = -\frac{(T - t)t}{2}[\ln(1 + \rho)/\theta + k] \tag{A11}$$

(截稿:2013年3月 责任编辑:李元玉)