

中国间接税的效率损失^{*}

——基于中国生产网络结构一般均衡模型方法

倪红福

摘要:本文构建了嵌入间接税的中国投入产出网络结构一般均衡模型,并创新性地提出间接税效率损失的事后测算方法。基于此,本文利用1992~2017年的中国投入产出表和税收等数据编制了与模型匹配的社会核算矩阵,并进一步进行了实证测算分析。研究表明:(1)总体上,考虑到生产网络结构、微观替代弹性系数和间接税处理方式的影响,中国间接税效率损失率约为0.5%~10%。(2)生产网络结构越复杂,微观替代弹性系数越大,间接税的效率损失率就越大。(3)生产网络二阶近似新方法测算的间接税效率损失率远大于经典哈伯格方法。(4)1992~2017年期间,中国间接税效率损失率呈阶段性特点。1992~2007年,伴随着分税制改革完成和加入WTO后深度融入全球价值链,中国间接税效率损失率总体上呈下降趋势。2007~2017年期间,中国间接税效率损失率受金融危机的影响先上升,后受减税降费政策影响而保持平稳或略有下降。

关键词:生产网络结构 投入产出 税制结构 效率损失

一、引言

效率和公平是最优税制的两个基本标准。效率标准包括两个方面:经济效率和征管效率。经济效率是指税制设计应最大程度降低资源配置效率损失或经济福利中的“无谓损失”(Deadweight Loss)。效率标准强调课税对市场(包括劳动、资本等生产要素和商品服务)扭曲最小,实现资源最优配置,也即“帕累托效率”。因此,往往也用税收的超额负担(Excess Burdens)、额外经济损失、效率代价和福利损失来表达。具体地,课税使资源不再按照市场机制的最佳效率加以配置和使用,它干扰了纳税人的正常经济行为和决策(如影响纳税人的投资、消费、工作和闲暇的选择),从而形成纳税额之外的超额负担。从经济理论上,除非采取总额税(Lump-sum Tax)的形式(即与经济活动无关的形式,如人头税),税收都会扭曲经济资源配置,产生税收效率损失^①。税收影响经济的主要渠道或机制是税收改变相对价格,如商品税(消费税)改变商品价格、个人所得税(劳动收入税)改变劳动价格、资本利得税(资本收入税)改变资本回报率,进而价格变化改变消费、劳动供给、储蓄等,从而影响社会福利。公平标准强调改善国民收入分配差距,实现收入分配公平和共同富裕。一般意义上,效率标准和公平标准相辅相成,效率隐含公平,公平体现效率。2021年8月17日,中央财经委员会第十次会议提出要坚持以人民为中心的发展思想,在高质量发展中促进共同富裕,正确处理效率和公平的关系,构建初次分配、再分配、三次分配协调配套的基础性制度安排,加大税收、社保、转移支付等调节力度并提高精准性等。税制应与一国经济社会发展阶段相适应,公平与效率的权衡取舍是现代税收制度研究的核心问题之一。

在规范经济学意义上,效率损失(或无谓损失)可以追溯到19世纪Dupuit(1844)的贡献,到20世纪50~60年代的Friedman(1952)认为间接税扭曲消费者的消费选择,损害市场效率。Harberger(1964a)也认为,间接税有损自由竞争,造成福利损失。但是,在20世纪50~60年代之前一直缺乏相关实证测算。在实证经济学意义上,最为经典的Harberger(1964b)在局部均衡的视角下基于消费者剩余方法测算了美国税收制度的效率损失,

^{*}本文得到国家自然科学基金专项项目“中国贸易投资开放发展:基本规律、宏观效应与‘双循环’新发展格局构建”(基金号:72141309)、国家自然科学基金青年项目“垄断势力的福利损失及产业政策优化研究:基于生产网络结构一般均衡模型方法”(基金号:72103013)、国家自然科学基金面上项目“突发性公共卫生事件的全球价值链重构效应:基于生产网络结构一般均衡模型方法”(基金号:72073142)、国家自然科学基金面上项目“中国产业迈向价值链中高端:理论内涵、测度和路径分析”(基金号:71873142)、国家社会科学基金重大项目“实质性减税降费与经济高质量发展研究”(基金号:19ZDA069)的资助。感谢国家统计局陈杰提供投入产出表原始数据,感谢傅春杨在模型推导过程中的帮助。当然,文责自负。

该方法也称为“哈伯格三角形方法”，开创了税收效率损失实证测度先河。随后，基于Harberger(1971)的综述内容，大量实证文章针对税收扭曲引致的效率损失进行了实证测算(Feldstein, 1978; King, 1983)。后期，由于美国以所得税为主体的税制结构，国外学者探讨美国间接税效率损失的文献较少，但也出现了很多有关垄断效率损失的研究文献。特别的是，Baqee和Farhi(2020)(简称为BF(2020))在投入产出网络结构一般均衡模型框架中考察成本加成(markup)的效率损失(基于哈伯格三角形方法进行计算)。由于成本加成与税收在模型设定方式相似，这为深入探讨间接税的效率损失提供了一个新的模型框架。

对于中国来说，税收制度作为经济制度的重要组成部分，一直伴随着经济体制改革而推进，并始终成为经济体制改革的急先锋。如2014年《深化财税体制改革总体方案》指出：“深化财税体制改革的目标是建立统一完整、法治规范、公开透明、运行高效，有利于优化资源配置、维护市场统一、促进社会公平、实现国家长治久安的可持续的现代财政制度。”其中，优化税制结构是建立现代财政制度的题中应有之义。2020年的《中共中央关于制定国民经济和社会发展第十四个五年规划和二〇三五年远景目标的建议》明确指出：完善现代税收制度，健全地方税、直接税体系，优化税制结构，适当提高直接税比重，深化税收征管制度改革。中国现行税制是以间接税为主，且间接税又以增值税为主。改革开放以来，增值税改革是整个税制改革的重要内容之一。从某种意义上，中国税制的演变历史实际上就是一幅增值税改革的历史。从1979年引进增值税以来，中国先后经历了产品税和增值税并存阶段、“生产型”增值税和营业税并存阶段、“消费型”增值税和营业税并存阶段以及全面“营改增”后的增值税阶段(樊勇、韩文杰, 2018)。对于间接税改革设计、演变历史和直接经济效应等研究较多，如高培勇(2018)、陈晓光(2013)、倪红福等(2016a)，但是相对缺乏对间接税效率损失的定量研究，更无关于1994年分税制改革以来中国间接税效率损失的长时间序列测算分析，也就无法定量评估间接税制度改革的效率改进效应。因此，本文尝试利用生产网络结构一般均衡模型方法，对1992~2017年中国间接税效率损失进行测算分析。

日益深化的生产网络分工体系改变了经济系统的生产方式和贸易本质。商品和服务的生产依赖于供应商和客户之间的复杂投入产出交易网络，在经济学研究中实际上有着悠久的历史。早在20世纪40年代，瓦西里·里昂惕夫(Leontief, 1941)在对美国经济结构的研究中就指出：“外行和专业经济学家一样，实践中规划师、监管活动的主体，都同样意识到，即使是国家经济最偏远的部分之间也存在某种相互联系。”里昂惕夫开创了投入产出分析方法并因此获诺贝尔经济学奖。投入产出表能详细描述数百个行业之间复杂的投入产出联系，甚至可以确定整个经济中成千上万公司的供应商—客户关系。在传统的宏观经济模型中，一般都是基于增加值构建生产函数，设为 $Y=AK^{\alpha}L^{\beta}$ 。我们称这种模型框架为“增加值经济模型”(Value-added Economics)。而现实经济中一种产品既可作为最终消费品，又可作为中间投入品。引入现实经济中的投入产出结构的经济模型，我们称之为“投入产出经济模型”。如果还是一般均衡模型，则称之为“生产网络结构一般均衡模型”或“投入产出网络结构一般均衡模型”。正是由于投入产出的复杂网络联系，才可能使得微观小冲击放大为宏观大冲击，即“小冲击、大波动”。2008年美国房地产部门的次贷冲击迅速波及其整个经济系统，导致了全球经济危机，这使得经济学界开始反思和探索宏观波动的微观来源及其跨部门传导机制，这也带来了生产网络结构经济学的兴起和发展，尤其是基于投入产出框架的生产网络结构一般均衡模型研究成为宏观经济研究热点。早期比较有影响的生产网络结构一般均衡模型文献有：Long和Plosser(1983)、Horvath(1998, 2000)、Dupor(1999)等。近期出现的经典文献有：Acemoglu等(2012)、Acemoglu等(2016)、Carvalho等(2021)、Baqee和Farhi(2018, 2019, 2020)、Bigio和La'O(2020)、Liu(2019)、倪红福(2021)等²。与本文研究最为密切的文献为BF(2020)。BF(2020)构建了带有成本加成扭曲(Markup)的分散经济的生产网络结构一般均衡模型，并实证分析了企业成本加成率变化对总体生产率的影响。在一定程度上，该文嵌入微观(企业、行业层面)的投入产出生产网络结构一般均衡模型框架，揭开传统可计算一般均衡(CGE, Computable General Equilibrium)的“黑匣子”问题³，提供了一种解析解的求解方法，在数学处理方法和机制解释方面具有明显的优势⁴。

但是，BF(2020)没有在模型中引入间接税，也就无法考察生产网络结构对间接税效率损失的影响。究其原因可能是，美国以直接税为主的税制结构，导致BF(2020)没有更多地关注生产网络结构中的间接税。而对

于中国以间接税为主体的税制结构,间接税扭曲在生产网络结构中导致效率损失应是最值得关注的问题。显然,BF(2020)框架可以拓展应用于研究税收扭曲的相关问题,深入考察生产网络结构、间接税与效率损失的关系。此外,与本文相关的领域还有资源错配(Hsieh & Klenow, 2009; Restuccia & Rogerson, 2008)和全球价值链核算(Hummels et al., 2001; Koopman et al., 2014; Wang et al., 2013, 2017; Johnson & Noguera, 2012; 倪红福、夏杰长, 2016; 倪红福等, 2016b; 倪红福, 2016, 2020)。

鉴于此,本文构建了带有间接税和投入产出网络结构特点的非效率一般均衡模型框架,创新性地应用社会核算矩阵方法,并提出了一般均衡框架下间接税效率损失率的二阶近似生产网络测度新方法。在此基础上,首次利用1992~2017年期间的中国投入产出表和税收等数据编制了与模型匹配的社会核算矩阵,并实证测算分析了1992~2017年中国间接税的效率损失及其变化。

相对于已有文献,本文边际贡献主要体现在:(1)本文构建一个带有间接税扭曲因子的生产网络结构一般均衡模型,丰富了生产网络结构一般均衡模型的理论研究。BF(2020)模型虽然具有一般性,但是该文主要是基于外生成本加成的生产网络结构一般均衡框架的理论和实证研究。本文将BF(2020)模型框架进一步扩展到带有间接税(包含增值税、其他间接税)的生产网络结构一般均衡模型。具体地,理论上增值税是对增加值征收,而实践上增值税存在抵扣机制。这样增值税和成本加成的设定方式存在差异。本文对增值税的刻画作了两种处理方式。一种处理方式是,通过资本和劳动复合的增加值束函数,构建一个单独的虚拟部门,增值税设定为对该虚拟部门的成本上加征增值税;另一种处理方法是借鉴倪红福等(2016a),在投入产出模型框架中校准出实际的增值税税率。(2)结合Theil数学方法,提出了一种效率损失(福利损失、产出损失)事后核算新方法。本文论证了在无税收楔子的前沿状态下产出对间接税的一阶偏导数的取值为零,然后利用Theil首末端点的二阶近似方法,得到一种基于存在间接税均衡状态下间接税效率损失的非参数事后测度新方法。相对于测算效率损失的哈伯格三角形方法,本文提出的新方法更精确、更合理。新方法是在一般均衡框架下的二阶近似方法,而哈伯格三角形方法是局部均衡框架下一阶近似计算消费者剩余。(3)拓展了社会核算矩阵(SAM, Social Accounting Matrix)的编制方法和应用,完美地实现了实际统计数据与生产网络结构一般均衡模型匹配和协调一致。首先,编制社会核算矩阵,以将实际经济统计数据匹配到模型,提供了与模型框架匹配的、清晰的、明确的一致性数据基础,简化了模型的数据处理过程。其次,在社会核算矩阵构建过程中引入活动和商品部门,进一步拓展了社会核算矩阵的编制方法,这本身就是一种核算方法的创新。最后,通过引入增加值束的虚拟活动和商品生产部门,构建了一种基于增加值衡量增值税税率的处理方法。(4)对中国1992~2017年长时间序列的间接税效率损失进行了定量测算和系统评估。本文利用1992年、1997年、2002年、2007年、2012年和2017年最多部门数的中国投入产出表,编制了与模型匹配的带有间接税的社会核算矩阵,并利用该数据对1992~2017年中国间接税效率损失进行了测算和评估。这对正确认识中国间接税的改革进程及其作用具有重要意义。

本文余下结构安排大致如下:第二部分为构建生产网络结构一般均衡模型,重点阐述投入产出网络结构的基本概念和定理;第三部分为构建CES标准模型,阐述相关基本结论和效率损失测度新方法;第四部分为实证结果分析,主要测算分析了1992~2017年间接税效率损失;第五部分为结论及进一步讨论。

二、模型框架

以下主要以简化的2个生产部门和2种要素部门的社会核算矩阵和投入产出网络结构一般均衡模型为例进行阐述,以便于理解模型方法和思路。显然,该模型可以拓展到 N 个生产部门和 F 种要素部门的投入产出生产网络结构一般均衡模型。

(一)基本框架

1. 社会核算矩阵——模型基础数据

为了更好地理解模型构建的思路,以及其如何与统计数据匹配和协调一致,简要阐述本文构建的社会核算

矩阵表。其主要作用有：一是有助于理解理论模型框架；二是为模型框架提供参数校准和基础数据；三是对模型框架中一些数学符号进行集中说明^⑤。

表1显示了与本文模型框架匹配的社会核算矩阵结构。根据SAM表的特点，SAM表中的行和等于列和。从价值流的角度来看，每一行向量表示该行对应部门的收入，每一列向量表示该列对应部门的支出。这里活动部门1与商品部门1实际上应该属于同一生产部门（在经典投入产出表归为生产部门1）^⑥。为了处理间接税，本文将生产部门分为活动部门和商品部门，增加一个与活动部门相对应的虚拟商品部门1。理论上增值税是对增加值征收的税收，为了处理增值税，本文在SAM和模型中加入增加值束虚拟生产部门，然后在增加值束上征收增值税。后续理论模型中把这个虚拟增加值束生产部门也等同于一个正常生产部门，以形成能处理所有的税收、成本加成的标准模型框架。

假设模型的活动生产部门集合为 $N_0=\{1, 2, \dots, N\}$ ，其对应的虚拟商品生产部门集合为 $N_c=\{1, 2, \dots, N\}$ ， N 为活动生产部门的个数，如表1中 $N=4$ ，2个产品生产部门和2个增加值束虚拟生产部门。要素种类集合为 $F_0=\{1, 2, \dots, F\}$ ， F 为要素种类数。为了模型阐述方便，有时外生固定供给要素部门以集合 $F_0=\{N+1, N+2, \dots, N+F\}$ 表示。如表1中 $F=2$ ，用 $N+1$ 表示资本 K ， $N+2$ 表示劳动 L ，有时要素下标以 f 表示，有时也用 i 表示，具体根据上下文识别。

2. 最终需求部门

最终需求部门(或家庭)包含GDP支出法中的消费(包含政府消费)、投资(包含政府投资)和净出口。假设存在一个规模报酬不变的加总最终需求函数 $D(c_1, c_2, \dots, c_N)$ ，即支出法核算的实际GDP。求解以下最大化问题：

$$Y = \max_{\{c_1, c_2, \dots, c_N\}} D(c_1, c_2, c_3, \dots, c_N)$$

$$s.t. \sum_{i=1, i \in N_c}^N p_i c_i = \sum_{f=N+1, f \in F_0}^{N+F} w_f \bar{L}_f + \sum_{i=1, i \in N_0}^N \pi_i + vat + oht$$

表1 与模型匹配的社会核算矩阵

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	G1	G2	0	
	活动部门1	活动部门2	增加值束活动部门1	增加值束活动部门2	商品部门1	商品部门2	增加值束商品部门1	增加值束商品部门2	要素供给K	要素供给L	增值税	其他生产税费	最终需求	汇总
1	活动部门1	0	0	0	0	$p_{c1}y_1$	0	0	0	0	0	0	0	$p_{c1}y_1$
2	活动部门2	0	0	0	0	0	$p_{c2}y_2$	0	0	0	0	0	0	$p_{c2}y_2$
3	增加值束活动部门1	0	0	0	0	0	0	$p_{c10a1}y_{10a1}$	0	0	0	0	0	$p_{c10a1}y_{10a1}$
4	增加值束活动部门2	0	0	0	0	0	0	0	$p_{c20a2}y_{20a2}$	0	0	0	0	$p_{c20a2}y_{20a2}$
5	商品部门1	p_{1x11}	p_{1x12}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	p_{1c1}
6	商品部门2	p_{2x21}	p_{2x22}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	p_{2c2}
7	增加值束商品部门1	$p_{10ax10a1}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	$p_{10ay10a1}$
8	增加值束商品部门2	0	$p_{10ax20a2}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	$p_{10ay20a2}$
9	要素供给K	0	0	w_{kxk1}	w_{kxk2}	0	0	0	0	0	0	0	0	$w_{k\bar{k}}$
10	要素供给L	0	0	w_{lxl1}	w_{lxl2}	0	0	0	0	0	0	0	0	$w_{l\bar{l}}$
G1	增值税	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	vat
G2	其他生产税费	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	oht
0	最终需求	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	p_0y_0
	汇总	$p_{c1}y_1$	$p_{c2}y_2$	$p_{c10a1}y_{10a1}$	$p_{c20a2}y_{20a2}$	p_{1c1}	p_{2c2}	$p_{10ay10a1}$	$p_{20ay20a2}$	$w_{k\bar{k}}$	$w_{l\bar{l}}$	vat	oht	p_0y_0

注：1.该表对经典社会核算矩阵进行了适当地改进与简化，以与模型框架匹配。同时也对模型中用到的一些数学符号进行介绍。2.增值税、其他生产税费等过渡账户可以看作是中转账户，比如政府部门征收税费，再把税费一揽子支付给最终需求部门。3.最终需求部门可看作一个综合机构部门，是政府部门(如政府消费、政府生产性资本投资)、企业部门(拥有生产部门，获得企业利润和资本要素收入，但这些利润和收入都支付给家庭部门)和家庭部门(拥有要素收入和转移收入)的综合。最终需求部门获得经济系统中各种收入，然后通过投资、消费和出口形成最终支出。4.对于商品部门， $p_i=(1+\tau_i)p_c$ ，其中， p_i 为 i 部门产品的销售价格(含税费)， p_c 为 i 部门产品的生产成价格， τ_i 为对 i 部门征收的其他生产税率。5.对于增加值束部门， $p_{10a}=(1+\tau_{10a})p_{c10a}$ ，其中， p_{10a} 为 i 部门生产需求的增加值束的销售价格(含增值税)， p_{c10a} 为 i 部门生产投入的增加值束的生产成价格， τ_{10a} 为对 i 部门生产投入的增加值束征收的增值税税率。从理论上，增值税是以商品(含应税劳务)在流通过程中产生的增值额作为计税依据而征收的一种流转税，因此，本文SAM表中单独列出一个增加值束虚拟生产部门，这也是传统宏观经济模型中处理增值税的经典方法。首先，把要素(资本和劳动)复合成一个增加值束，实际上就是传统宏观经济模型中不考虑中间品的增加值生产函数。其次，在增加值束上征收增值税。注意，在模型具体处理中，增加值束虚拟生产部门与传统产品生产部门的地位和形式是一样，故在模型阐述中把增加值束虚拟生产部门当作一个产品部门看待。最后，模型框架中的总收率统一设计为 $T=1+\tau_i$ (i 为产品部门时)，或者 $T=1+\tau_{10a}$ (i 为增加值束部门时)。6. $vat=\tau_{10a}p_{c10a}y_{10a}+\tau_{20a}p_{c20a}y_{20a}$ ，其中， y_{10a} 为增加值束部门 i 的实际产出； vat 为增值税总额。7. $oht=\tau_{10a}p_{c10a}y_{10a}+\tau_{20a}p_{c20a}y_{20a}$ ，其中， oht 为其他生产税总额； y_i 为产品部门 i 的实际产出。8. \bar{L} 表示要素的固定供给数量， w_i 为要素价格(资本回报率、工资回报率)， $i \in F=\{K, L\}$ ，后续为了记号方便，也可用对应的数字表示。9. x_{ij} 表示 j 部门生产需要 i 部门的中间投入数量。 N, F 分别表示部门个数和要素种类数。

其中, c_i 为对商品部门 i 的最终需求(消费), 若是增加值束虚拟部门, 其对应的消费量为 0; p_i 为包含税收的价格; w_f 为要素 f 的价格; \bar{l}_f 为要素 f 的外生固定供给; π_i 为活动生产部门利润, 由于生产函数的常规模报酬假设(新古典函数), 利润为 0; vat 为征收的所有增值税, 并一揽子转移给最终需求部门; $otht$ 为征收的所有其他生产税, 并一揽子转移给最终需求部门。值得注意的是, 此处与 BF(2020) 的差异是, BF(2020) 中活动生产部门利润(π_i)不为零, 即成本加成带来的利润(垄断利润), 并最终经由企业归属于最终需求部门, 而本文为零。同时本文多出了增值税和其他生产税两项。

3. 生产者

为了方便考察间接税收, 本文模型中把生产区分活动部门和商品部门^⑦。从生产过程来看, 我们可以把部门 i 产品的整个生产过程(从采购原材料、生产制造产品到最终需求者)分解为两个阶段任务, 第一阶段任务是生产活动, 采购原材料与要素, 按成本最小化原则决策来生产部门 i 产品; 第二阶段任务是商品生产, 在第一阶段生产的部门 i 产品上附加税收, 形成对外销售的部门 i 产品(虚拟的商品生产部门)。从生产阶段任务的角度来分解整个生产过程, 并视每个生产阶段任务为一个生产者(或企业), 进行成本最小化(或利润最大化)决策, 可以简化模型的求解, 能灵活处理不同形式的间接税。但是, 这只是模型中的处理方法, 理解生产者的现实经济含义时, 我们应该将这两个生产阶段任务合并起来分析其现实经济行为和意义。

假设活动部门 i 的生产技术为常规模报酬, 求解以下最小成本化问题为:

$$\min \sum_{j=1, j \in N_i}^N p_j x_{ji} + \sum_{f=N+1, f \in F_0}^{N+F} p_f x_{fi} \quad (1)$$

$$s.t. \quad y_i = A_i F_i(x_{1i}, x_{2i}, \dots, x_{Ni}, x_{(N+1)i}, \dots, x_{(N+F)i})$$

其中, A_i 为希克斯中性技术水平; $F_i(\cdot)$ 为活动生产部门 i 的生产函数, 且为新古典函数(常规模报酬); x_{ji} 为活动部门 i 对商品部门 j 中间投入品的需求数量。值得注意的是, 由于区分“活动”和“商品”, 且分别做最优化决策, 活动生产部门 i 的成本函数($C_i(\cdot)$)为:

$$pc_i = \frac{1}{A_i} C_i(p_1, p_2, \dots, p_N, p_{N+1}, \dots, p_{N+F}) \quad (2)$$

其中, pc_i 为 i 部门产品的生产成本价格; p_i 为 i 部门产品的销售价格(包含税费)^⑧。

对于商品生产部门 i , 直接在活动生产部门 i 的成本上征收增值税和其他生产税, 则有:

$$p_i = (1 + t_i) pc_i = (1 + t_i) \frac{C_i(p_1, p_2, \dots, p_N, p_{N+1}, \dots, p_{N+F})}{A_i} \quad (3)$$

其中, 当 i 为产品部门, $t_i = \tau^o$, τ^o 为其它生产税税率; 当 i 为增加值束部门, $t_i = \tau^m$, τ^m 为增值税税率。

4. 市场出清和一般均衡

产品市场出清条件为:

$$y_i = \sum_{j=1}^N x_{ij} + c_i \quad (4)$$

要素市场出清条件为:

$$\bar{l}_f = \sum_{i=1}^N x_{fi} \quad (5)$$

其中, \bar{l}_f 为 f 要素的外生固定供给数量。

在分散经济下, 生产者最小化成本并被征收增值税或其他生产税, 最终需求者在给定预算约束下最大化其效用, 每种产品和要素市场出清。于是可以定义一般均衡为: 给定生产率水平 A_i , 间接税税率(τ^m , τ^o), 要素 f 外生固定供给数量(\bar{l}_f), 以及基本框架中有关生产函数、最终需求函数(或效用函数)、间接税等假设下, 则存在一均衡的含税产品价格 p_i , 要素价格 w_f , 商品不含税价格 pc_i (活动生产部门 i 的单位成本), 中间需求数量 x_{ij} , 最终需求量 c_i 和产品部门的产出量 y_i 。

5. 解释和拓展

一般模型框架有以下解释和拓展:(1)最终需求部门的总产出 Y 的不同含义。当把 Y 解释为实际总产出的基数测度时,它是经济系统中家庭生活水平的测度。本文隐含假设完全金融市场和偏好的同质性,以确保代表性消费者存在。它允许我们毫不含糊的定义和测度真实总产出的变化,而不需要考虑合适的价格指数。同时也可在 Y 上定义新的效用函数 $u(Y)$,考察效用函数性质(风险厌恶程度)对福利的影响。当把 Y 解释为产出时,本文后续测算公式的效率损失率可解释为产出损失率;当 Y 解释为效用时,本文后续测算公式的效率损失率可解释为福利损失率。(2)超越常规规模报酬生产函数和希克斯中性技术。本文假设常规规模报酬生产函数和希克斯中性技术。如果这些条件不满足,可把生产函数分解为几个常规规模报酬生产函数^⑨。如对偏向技术要素增加一个技术中性的虚拟生产函数;对于联合生产和多产品生产,可以把生产函数分解为几个常规规模报酬的生产函数,联合产出可以看成负投入。(3)本文对间接税的模型处理方法可拓展应用于成本加成、贸易成本、金融摩擦等。同理可以考察要素税费,要素税费实际上也可以看成要素偏向技术,但其中有细微差别,这与一般均衡模型中生产率和成本加成(或冰山成本和关税)的区别相似,倪红福(2021)用这种方法处理社会保障税费。(4)模型中的产品部门应作广义的理解,甚至可用来处理跨期动态模型。模型中产品部门可以是不同行业的产品,也可以是同一行业中的产品种类,甚至可以是不同时间、地点和自然状态的产品。如果把不同时间的产品视作不同产品部门,则静态模型框架可以扩展到跨期动态模型。(5)最终需求冲击也可以通过加入虚拟生产部门方法把偏好冲击引入一般模型框架中。因此,本文一般模型框架可深入到微观企业(需要企业层面的投入产出网络结构),并完美地实现微观企业、中观产业与宏观经济的协调一致性,可以讨论非规模报酬假设、偏向性技术冲击、需求冲击和政策效应等一系列问题。

(二)投入产出网络结构及其概念

为了便于模型求解,我们需要介绍一些投入产出方法的符号、定义和相关处理技巧。以下我们在基期均衡下定义投入产出方法中直接消耗系数矩阵、Leontief逆矩阵和多马份额(Domar Weight,也称为多马权重)等,且进一步区分为基于收入版本和基于成本版本的定义。这些概念、含义与BF(2020)、倪红福(2021)基本相同,只是具体的数学符号表达有所差异。

1. 直接消耗系数矩阵

基于收入的直接消耗系数与经典投入产出模型中的直接消耗系数相同。当定义基于收入的直接消耗系数矩阵时,我们需要把上述的同一产品部门 i 对应的“商品”和“活动”部门合并。对于产品部门的基于收入的直接消耗系数矩阵 $\Omega_{N \times N}$ 中的 i 行 j 列元素 Ω_{ij} :

$$\Omega_{ij} = \frac{p_i x_{ij}}{p_j y_j} \quad i, j \in \{1, 2, \dots, N\}$$

其中, Ω_{ij} 表示生产部门 j 对生产部门 i 的中间投入需求额占生产部门 j 总收入(包括产品的增值税和其他生产税)的比重,或者说,生产1单位价值 j 部门产品对 i 部门的中间投入需求额^⑩。

进一步,把外生固定供给要素部门增加到 $\Omega_{N \times N}$,可得到新的 $\Omega_{(N+F) \times (N+F)}$,其中, $\Omega_{ij}, i, j \in \{1, 2, \dots, N\}$ 与 $\Omega_{N \times N}$ 中元素相同; $\Omega_{(N+F)i} = p_{N+F} x_{(N+F)i} / p_i y_i$,其他矩阵元素为0。值得注意的是, $\Omega_{(N+F) \times (N+F)}$ 最后的 F 列的元素都为0,也就是说要素的供给是外生的,不需要任何投入进行生产。

以上基于收入的直接消耗系数矩阵中列向量 $\Omega_{\cdot j}$ 中的元素求和不一定等于1^⑪,也即 $\sum_{j=1}^{N+F} \Omega_{ij} \neq 1$ 。因此,进一步定义基于成本的直接消耗系数,以使得求和为1。对于产品部门的基于成本的直接消耗系数矩阵 $\tilde{\Omega}_{N \times N}$ 中的第 i 行第 j 列元素 $\tilde{\Omega}_{ij}$:

$$\tilde{\Omega}_{ij} = \frac{p_i x_{ij}}{pc_j y_j} \quad i, j \in \{1, 2, \dots, N\}$$

其中, $\tilde{\Omega}_{ij}$ 表示生产部门 j 对生产部门 i 的中间投入需求额占生产部门 j 总成本(不包括销售产品的增值税或其他生产税)的比重。同样可以加入外生固定供给要素部门得到扩展的基于成本的直接消耗系数矩阵

$\tilde{\Omega}_{(N+F) \times (N+F)}$, 且有 $\sum_{i=1}^{N+F} \tilde{\Omega}_{ij} = 1$ ^⑩。此外, 根据以上定义, 显然可知基于收入的直接消耗系数矩阵与基于成本的直接消耗系数矩阵存在以下关系:

$$\tilde{\Omega}_{(N+F) \times (N+F)} = \Omega_{(N+F) \times (N+F)} \text{diag}(T_{(N+F) \times 1}) \quad (6)$$

其中, $T_{(N+F) \times 1} = [T_1 \cdots T_N \ 1 \cdots 1]_{1 \times (N+F)}^T$, 其中, $T_i = 1 + l_i$, 上标 T 表示矩阵转置, diag 表示对角化列向量。为了后续运算方便, 我们也记 $\Omega_0 \equiv \Omega_{N \times N}$, $\Omega_1 \equiv \Omega_{(N+F) \times (N+F)}$ 和 $\tilde{\Omega}_0 \equiv \tilde{\Omega}_{N \times N}$, $\tilde{\Omega}_1 \equiv \tilde{\Omega}_{(N+F) \times (N+F)}$ 。

2. Leontief 逆矩阵

根据经典投入产出模型的 Leontief 逆矩阵定义方法, 本文分别定义基于收入的 Leontief 逆矩阵 ($\Psi_{N \times N}$) 和基于成本的 Leontief 逆矩阵 ($\tilde{\Psi}_{N \times N}$) 如下:

$$\Psi_{N \times N} = (1 - \Omega_{N \times N})^{-1} \text{ 和 } \tilde{\Psi}_{N \times N} = (1 - \tilde{\Omega}_{N \times N})^{-1}$$

若进一步包括外生固定供给要素部门, 这样可以同一定义基于收入和基于成本的扩充 Leontief 逆矩阵 $\Psi_{(N+F) \times (N+F)} = (1 - \Omega_{(N+F) \times (N+F)})^{-1}$, $\tilde{\Psi}_{(N+F) \times (N+F)} = (1 - \tilde{\Omega}_{(N+F) \times (N+F)})^{-1}$, 这里同样记 $\Psi_0 = \Psi_{N \times N}$, $\Psi_1 = \Psi_{(N+F) \times (N+F)}$ 和 $\tilde{\Psi}_0 = \tilde{\Psi}_{N \times N}$, $\tilde{\Psi}_1 = \tilde{\Psi}_{(N+F) \times (N+F)}$ 。由于包括外生固定供给要素部门的直接消耗系数矩阵的后 F 列都为 0, 这使得可以从分块矩阵的角度来研究 Leontief 逆矩阵之间的关系, 通过矩阵运算可以得到^⑪:

$$\tilde{\Psi}_1 = \begin{bmatrix} \tilde{\Psi}_0 & 0_{N \times F} \\ (\tilde{\Omega}_1)_{[(N+1:N+F)] \times [(1:N)]} & I_{F \times F} \end{bmatrix} \text{ 和 } \Psi_1 = \begin{bmatrix} \Psi_0 & 0_{N \times F} \\ (\Omega_1)_{[(N+1:N+F)] \times [(1:N)]} & I_{F \times F} \end{bmatrix} \quad (7)$$

根据经典投入产出模型理论, Leontief 逆矩阵中的元素衡量了经由生产网络结构渠道带来的完全影响。Leontief 逆矩阵中元素具有多种经济学含义的解释: (1) 最终需求的拉动效应。元素 $(\Psi_{N \times N})_{ij}$ 表示 j 部门最终需求格外增加 1 单位价值需求, 对 i 部门的直接和间接的需求价值额, 从收入角度来看, 这是一种收入的后向传递效应。(2) 成本推动效应。 $(\tilde{\Psi}_{N \times N})_{ij}$ 表示 i 部门成本减少 1 单位价值 (如 i 部门技术进步导致 i 部门成本降低), 引起 j 部门价格下降程度。从成本角度来看, 这是一种成本的前向传递效应。(3) 生产阶段数 (传递步长、生产长度、上游度、下游度), $(\Psi_{N \times N})_{ij}$ 和 $(\tilde{\Psi}_{N \times N})_{ij}$ 表示 i 与 j 部门之间的平均生产阶段数, 或者传递步长。进一步从 Leontief 逆矩阵无穷级数展开形式来看, $(\Omega_{N \times N}^n)_{ij}$ 和 $(\tilde{\Omega}_{N \times N}^n)_{ij}$ 表示经过 n 个阶段从 i 到 j 部门的路径的加权重^⑫。

3. 最终需求支出份额

最终需求者仅消费产品部门产品。我们定义 $b_{N \times 1}$ 为 N 维列向量, 第 i 个元素为最终需求的支出份额, 即:

$$b_i = p_i c_i / \sum_{j=1}^N p_j c_j \quad (8)$$

其中, $\sum_{j=1}^N p_j c_j$ 为最终需求总支出, 即支出法 GDP。由于最终需求者对要素部门和虚拟部门没有直接消费, 设定 $b_i = 0, i = \{N+1, N+2, \dots, N+F\}$, 故可得到扩充的最终需求支出份额 $b_{(N+F) \times 1}$, 且满足 $\sum_i b_i = 1$ 。

4. 多马份额

基于收入的多马份额 (λ_i) 为产品部门 i 的销售额 (包括税收) 占最终需求总支出 (或 GDP) 的比重, 即为:

$$\lambda_i = p_i y_i / \left(\sum_{j=1}^N p_j c_j \right) \quad (9)$$

一般来说, 由于产品部门 i 的总产出既作为最终需求品, 又作为中间投入品, 则有 $\sum_{i=1}^N \lambda_i > 1$ 。由经典投入产出分析方法的行向模型, 经运算可知:

$$\lambda_{N \times 1} = (1 - \Omega_{N \times N})^{-1} b_{N \times 1} = \Psi_0 b_{N \times 1} = b_{N \times 1} + \Omega_0 b_{N \times 1} + \Omega_0^2 b_{N \times 1} + \dots \quad (10)$$

同样我们也可以把要素部门加入, 可得到:

$$\lambda_{(N+F) \times 1} = (I - \Omega_1)^{-1} b_{(N+F) \times 1} = \begin{bmatrix} \lambda_{N \times 1} \\ (\Omega_1)_{[(N+1:N+F)] \times [(1:N)]} \lambda_{N \times 1} \end{bmatrix} \quad (10a)$$

此处, 令 $y_i = l_i, i \in \{N+1, N+2, \dots, N+F\}$, 以统一表达形式。为了区分产品和要素部门, 对于要素部门, 有时用 $\Lambda_i = \lambda_i, i \in \{N+1, N+2, \dots, N+F\}$ 。

受(10)式的启发,也可定义基于成本的多马份额:

$$\tilde{\lambda}_{N \times 1} = (I - \tilde{\Omega}_0)^{-1} b_{N \times 1} = \tilde{\Psi}_0 b_{N \times 1} = b_{N \times 1} + \tilde{\Omega}_0 b_{N \times 1} + \tilde{\Omega}_0^2 b_{N \times 1} + \dots \quad (11)$$

同样我们也可以把要素部门加入,得到:

$$\tilde{\lambda}_{(N+F) \times 1} = (I - \tilde{\Omega}_I)^{-1} b_{(N+F) \times 1} = \tilde{\Psi}_I b_{(N+F) \times 1} \quad (11a)$$

显然, $\Lambda_f, f \in \{N+1, N+2, \dots, N+F\}$ 表示要素部门的收入份额(外生固定供给要素部门收入占GDP的份额)。由于税收存在扭曲,基于收入的固定供给要素部门的多马份额之和不等于1,即 $\sum_{f=N+1}^{N+F} \Lambda_f \neq 1$ 。但是,我们易发现基于成本的外生固定供给要素部门的多马份额之和为1,即 $\sum_{f=N+1}^{N+F} \tilde{\Lambda}_f = 1$ ^⑤。

(三)基本命题

在基期一般均衡状态下,本模型重点考察 A_i 和 t^{m_i}, t_i^0 的外生冲击对 Y 的影响。

命题1:在基期均衡状态下,我们有:

$$\frac{d \log Y}{d \log A_k} = \tilde{\lambda}_k - \sum_{f=N+1}^{N+F} \tilde{\Lambda}_f \frac{d \log \Lambda_f}{d \log A_k} \quad (12)$$

和

$$\frac{d \log Y}{d \log T_k} = -\tilde{\lambda}_k - \sum_{f=N+1}^{N+F} \tilde{\Lambda}_f \frac{d \log \Lambda_f}{d \log T_k} \quad (13)$$

其中, $k \in \{1, 2, \dots, N\}, T_k = 1 + t_k$ 。进一步,可以把 Y 的变化分解为纯技术效率变化和配置效率变化两个部分^⑥:

$$d \log Y = \underbrace{\tilde{\lambda}_{N \times 1}^T d \log A}_{\text{纯技术效率变化}} - \underbrace{\tilde{\lambda}_{N \times 1}^T d \log T - \tilde{\Lambda}_{F \times 1}^T d \log \Lambda_{F \times 1}}_{\text{配置效率变化}} \quad (14)$$

首先,命题1不但提供了微观层面生产率和税收冲击的宏观影响方程式,而且也提供了影响因素的结构分解。 $\tilde{\lambda}_{N \times 1}^T d \log A$ 表示纯技术效率变化带来的效应,即假设分配系数矩阵保持不变,生产率冲击对宏观产出(最终需求总产出)的影响。(14)式右边的第二项 $\left(\frac{\partial \log Y}{\partial \log S} d \log S = -\tilde{\lambda}_{N \times 1}^T d \log T - \tilde{\Lambda}_{F \times 1}^T d \log \Lambda_{F \times 1} \right)$ 表示配置效率变化的效应,即分配系数的变化(资源重新配置)导致的最终需求总产出的变化。

其次,Hulten(1978)定理是本文的特例,即无间接税的完全竞争经济^⑦。此时,我们有, $d \log Y / d \log A_k = \tilde{\lambda}_k = \lambda_k$ 和 $d \log Y / d \log T_k = 0$ 。Hulten(1978)结论直接可以从完全竞争经济的福利经济学第一定理得到。包络定理隐含着配置效率是最优的,即 $\partial \log Y / \partial \log S = 0$ 。由于完全竞争经济中边际定价,基于成本的多马份额与基于收入的多马份额是相等的。显然,当存在间接税时,基期均衡配置非完全有效,即 $(\partial \log Y / \partial \log S) d \log S \neq 0$ 。由于非边际成本定价,基于收入和成本的多马份额不相等,此时生产率(A)和间接税(T)对最终需求总产出的一阶影响变为基于成本的多马份额。

最后,技术和间接税的配置效应大小可以由外生固定供给要素部门的多马份额变化充分决定。一方面,我们可以不需要知道具体产品生产部门的产出变化,根据外生固定供给要素部门的多马份额变化,基本上可以测算间接税税率变化对总产出的贡献;另一方面, $\sum_{f=N+1}^{N+F} \tilde{\Lambda}_f \frac{d \log \Lambda_f}{d \log T_k}$ 可表示为微观企业生产函数和最终需求函数的替代弹性、投入产出网络结构和间接税的函数,通过求解一组线性方程组可得到,从而可进行反事实模拟分析。本文接下来主要利用CES标准模型形式来具体测算税收楔子带来的效率损失^⑧。

三、CES标准模型

(一)CES标准模型

常数替代弹性(CES, Constant Elasticity of Substitution)标准模型是本文进行效率损失测算的具体模型框架。CES标准模型中所有的生产函数、消费函数(最终需求函数)和间接税嵌入形式都写成CES函数形式或者嵌套形式。理论上,任何一个CES函数生产部门都可以设定为标准模型的一个独立的生产部门,从而使得构建的投入产出结构中的每一列 i 对应的CES生产函数都不存在嵌套,也就只对应一个 θ_i (微观替代弹性系

数)。例如某一部门的生产函数具有嵌套 CES 形式,不同中间品投入品通过一个替代弹性系数复合成总中间投入束,不同要素通过一个替代弹性系数复合成增加值束,总中间投入束和增加值束通过一个替代弹性系数复合得到该部门的生产函数。这样我们可以增加总中间投入束和增加值束两个独立虚拟生产部门,使得标准模型中每一生产部门(包括虚拟的)都是单层 CES 函数形式。因此,不失一般性,在构建 CES 标准形式时,假设生产函数都为单层 CES 生产函数。以下主要阐述带有间接税的 CES 标准模型。

本文 CES 标准模型的数据结构可以用前述的社会核算矩阵表示。带有间接税的 CES 标准模型由 (w, θ, F) 和标准化常数 (\bar{y}, \bar{x}) 构成。矩阵 ω 是一个 $(N+F+1) \times (N+F+1)$ 矩阵,其元素为 CES 函数中份额参数(在整个模型框架中保持不变,通过校准方法可得到该参数值,其值等于基期的直接消耗系数), θ 表示 CES 函数中 $(N+1)$ 维替代弹性系数列向量。 (\bar{y}, \bar{x}) 为中基期所有生产部门的产出和中间品需求量矩阵。

(1) $N+1$ 个可复制(reproducible)部门的生产函数形式为^⑩:

$$\frac{y_i}{y_i} = A_i \left[\sum_{j=1}^{N+2F} w_j \left(\frac{x_{ji}}{x_{ji}} \right)^{\frac{\theta_i-1}{\theta_i}} \right]^{\frac{\theta_i}{\theta_i-1}} \quad i \in \{0, 1, 2, \dots, N\} \quad (15)$$

其中, w_j 为 CES 函数中份额参数,校准值为基期的基于成本的直接消耗系数 $\tilde{\Omega}_j$; w_0 的校准值为基准期 b_0 。 \bar{x}_j, \bar{y}_i 为基期的中间品投入和产出, A_i 为生产率水平值,基期它们的数值一般标准化为 1^⑪。本文模型框架中的生产函数分为 3 类:第一,最终需求总产出部门($i=0$)。部门 0 代表最终需求部门,也就是前述的 $Y=\max D(c_1, c_2, \dots, c_N)$ 具体化为(15)式的 CES 函数形式。对于最终需求总产出生产函数,我们假设 $A_0=1$,且当 $j \in \{N+1, N+2, \dots, N+F\}$ 时, $w_0=0$ 。为了后续阐述方便,我们记: $\frac{Y}{\bar{y}} = \frac{y_0}{y_0}$ 。第二,经典的复制产品部门 $i \in \{1, 2, 3, \dots, \frac{N}{2}\}$ 。这些生产部门按成本最小化原则进行生产,然后在销售产品时被征收间接税,也就是包含税费的价格等于生产成本乘以 T_i 。第三,处理增值税的增加值束生产部门 $i \in \left\{ \frac{N}{2} + 1, \frac{N}{2} + 2, \dots, N \right\}$ 。该生产函数是对要素(资本和劳动)CES 复合,然后在其上征收增值税。具体模型设置中包括增加值束商品部门和增加值束活动部门,按“活动”和“商品”区分的处理方式,分两个阶段设置单层的 CES 函数。但是, BF(2020)的研究中没有这一处理增值税的虚拟增加值束生产部门,本文通过设计一个虚拟增加值束的商品和活动部门来处理增值税,且等视为一可复制的生产部门。这一做法是本文对 BF(2020)模型的一个拓展。

(2) 对于外生固定供给要素部门($f \in \{N+1, N+2, \dots, N+F\}$)为: $y_f / \bar{y}_f = 1$ 。

(3) 产品和要素($0 \leq i \leq N$)的市场出清条件为: $y_i = \sum_{j=0}^{N+F} x_{ij}$ 。

最后,为了方便阐述基于 CES 标准形式的结论,有必要介绍一个投入产出协方差算子,这也是后续数学推导能写成紧凑显式表达式的关键处理技巧。其定义为:

$$Cov_{\tilde{\Omega}_j}(\tilde{\Psi}_k, \Psi_f) = \sum_j \tilde{\Omega}_j \tilde{\psi}_{kj} \psi_{fj} - \sum_j \tilde{\Omega}_j \tilde{\psi}_{kj} \sum_j \tilde{\Omega}_j \psi_{fj} \quad (16)$$

其中, $\tilde{\Omega}_j, \tilde{\Psi}_k, \Psi_f$ 分别表示取对应矩阵的第 j 列、第 k 行和第 f 行。这里要求 $\tilde{\Omega}_j, \tilde{\Psi}_k, \Psi_f$ 的维度相同。如当维度为 N 列,由于 $\tilde{\Omega}_j$ 的列和为 1, (16)式可解释为:以 $\tilde{\Omega}_j$ 为离散概率分布, $\tilde{\Psi}_k$ 和 Ψ_f 的协方差。

(二) 结构模型相关命题

1. 生产率冲击对基于收入的多马份额的影响

命题 2(生产率冲击对基于收入的多马份额的影响):对于生产率冲击,外生固定供给要素的基于收入的多马份额变化可由以下线性系统表示:

$$\frac{d \log \Lambda_f}{d \log A_k} = - \sum_{j=0}^N (1 - \theta_j) \frac{\lambda_j}{T_j} Cov_{(\tilde{\Omega}_2)_j} \left(\frac{(\Psi_1)_f}{\Lambda_f}, (\tilde{\Psi}_1)_k, - \sum_{g=N+1}^{N+F} (\tilde{\Psi}_1)_g \frac{d \log \Lambda_g}{d \log A_k} \right) \quad (17)$$

其中,把 $b_{(N+F) \times 1}$ 放在 $\tilde{\Omega}_1$ 的第 0 列,并记 $\tilde{\Omega}_2 = [b_{(N+F) \times 1} \tilde{\Omega}_1]$, $\lambda_0=1, T_0=1, f \in \{N+1, N+2, \dots, N+F\}, k \in \{1, 2, \dots, N\}$ 。写成线性方程组的矩阵形式为:

$$\frac{d \log \Lambda}{d \log A_k} = \Gamma_{F \times F} \frac{d \log \Lambda}{d \log A_k} + \delta_k \quad (18)$$

其中, $\Lambda = (\Lambda_{N+1}, \Lambda_{N+2}, \dots, \Lambda_{N+F})^T$, $(\delta)_{ik} = \sum_{j=0}^N (\theta_j - 1) \frac{\lambda_j}{T_j} Cov_{(\Omega)_j} \left(\tilde{\Psi}_{k, \frac{\Psi_{(N+i)}}{\Lambda_{N+i}}} \right)$, $\Gamma_{(f-N)(g-N)} = - \sum_{j=0}^N (\theta_j - 1) \frac{\lambda_j}{T_j} Cov_{(\Omega)_j} \left(\tilde{\Psi}_{g, \frac{\Psi_f}{\Lambda_f}} \right)$ 。

δ 称为要素份额冲击矩阵(Factor Share Impluse Matrix),其中第 k 列表示,在相对要素价格不变条件下,生产部门 k 的生产率冲击对外生固定供给要素多马份额的影响。 Γ 称为要素份额传递矩阵(Factor Share Propagation Matrix),该矩阵表示相对要素价格变化对要素收入份额的影响,该影响与来自于具体某个生产部门的生产率冲击无关。当 $F=1$ 时, $\Gamma=0$,这样对要素多马份额变化的影响只有第一轮影响 δ_k 。然而,当存在多种外生供给生产要素时,生产率冲击导致要素价格变化,从而导致要素价格相对变化,通过生产网络结构的无限次多轮效应(Γ)进一步导致要素多马份额变化。

从技术上,(17)式包含了前向和后向的两种联系机制,这是因为从数学上(17)式推导过程中用到了以下(19)式和(20)式。一方面,价格影响的前向联系方程(19)式描述了上游的技术冲击通过降低成本方式如何影响下游部门的价格。具体来说,(19)式右边第一项 $-(\tilde{\Psi}_1)_{ki}$ 正好表示 k 部门正向生产率冲击导致 k 部门价格下降,由于 k 部门为其他部门提供中间品,经由中间品的投入产出网络结构联系来降低 i 部门的价格,这一机制实际上与经典投入产出价格模型一样,即某一部门的价格变化对另一部门价格的影响的大小为 $(\tilde{\Psi}_1)_{ki}$ 。 (19)式右边第二项 $\left(\sum_{g=N+1}^{N+F} (\tilde{\Psi}_1)_{gi} \frac{d \log w_g}{d \log A_k} \right)$ 表示 k 部门生产率冲击导致 g 要素价格变化进而对 i 部门价格产生影响。这一项在投入产出价格模型中是没有的,正好体现了本文一般均衡模型与投入产出价格模型(本质上是一个局部均衡框架)的差异。另一方面,多马份额影响的后向联系方程(20)式描述了技术冲击对下游价格的影响如何通过替代效应影响外生固定供给要素的多马份额。

$$\frac{d \log p_i}{d \log A_k} = -(\tilde{\Psi}_1)_{ki} + \sum_{g=N+1}^{N+F} (\tilde{\Psi}_1)_{gi} \frac{d \log w_g}{d \log A_k} \quad (19)$$

$$\frac{d \log \Lambda_f}{d \log A_k} = \sum_{j=0}^N (1 - \theta_j) \frac{\lambda_j}{T_j} Cov_{(\Omega)_j} \left(\frac{(\Psi_1)_f}{\Lambda_f}, - \frac{d \log P_{(N+F) \times 1}}{d \log A_k} \right) \quad (20)$$

为了更好地从经济逻辑理解(17)式,我们考虑只有一种要素(劳动, $F=1$)的特殊情形。这时有 $\sum_{g=N+1}^{N+F} (\tilde{\Psi}_1)_{gi} \frac{d \log \Lambda_g}{d \log A_k} = 1_{1 \times N} \frac{d \log \Lambda_L}{d \log A_k}$,且各元素为常数,因此,这一项在协方差算子中消失,于是得到:

$$\frac{d \log \Lambda_L}{d \log A_k} = - \sum_{j=0}^N (1 - \theta_j) \frac{\lambda_j}{T_j} Cov_{(\Omega)_j} \left(\frac{(\Psi_1)_L}{\Lambda_L}, (\tilde{\Psi}_1)_k \right) \quad (21)$$

当单要素经济系统为完全竞争经济时(不存间接税),则有 $\Psi_{Li} = \tilde{\Psi}_{Li} = 1$, $\Lambda_L = \tilde{\Lambda}_L = 1$ 。当单要素且存在间接税时, $\Psi_{Li} < 1$, $\tilde{\Psi}_{Li} = 1$, $\Lambda_L < 1$, $\tilde{\Lambda}_L = 1$ 。 Ψ_{Li} 的值越小,说明沿着 i 的产业链,间接税的影响相对较大; Λ_L 的值越小,说明整个经济系统中间接税的影响相对较大。这样从 i 产业链相对于整个经济系统来看, Ψ_{Li}/Λ_L 的越低,说明相对于整个经济系统来说, i 产品部门在供应链中的间接税影响较大,也就说供应链 i 的间接税影响程度比整个经济系统的平均水平高。从一定意义上, Ψ_{Li}/Λ_L 反映了 i 产业链的间接税的税收负担程度。对于任何正向的技术冲击 k ,产品部门 i 的价格受技术冲击的影响通过 $\tilde{\Psi}_{ki}$ 测度。如果 $\theta_j > 1$,产品部门 j 在生产过程由于替代效应,对相对价格下降更多的中间投入品的支出增加,即对 $\tilde{\Psi}_{ki}$ 较大的产品部门 i 的中间使用增加。如果 $Cov_{(\Omega)_j} \left(\frac{(\Psi_2)_L}{\Lambda_L}, (\tilde{\Psi}_2)_k \right) < 0$,则这些具有较大间接税负担的产品部门 i 的供应链, j 部门生产过程的替代效应使得基于收入的劳动要素的多马份额降低。当然,对所有的 j 部门加权加总得到生产技术 k 冲击对劳动多马份额的影响大小(权重为对应产品部门 i 的成本份额 λ_j/T_j)。

2. 间接税冲击对基于收入的多马份额的影响

与生产率冲击的命题2相似,也可以得到有关间接税冲击的命题3。

命题3(间接税冲击对基于收入的多马份额的影响):对于税收楔子(T_k)冲击,外生固定供给要素的多马份额变化率可由以下线性系统表示:

$$\frac{d \log \Lambda_f}{d \log T_k} = \sum_{j=0}^N (1-\theta_j) \frac{\lambda_j}{T_j} Cov_{(\hat{\alpha}_j)} \left(\frac{(\Psi_1)_f}{\Lambda_f}, (\tilde{\Psi}_1)_k + \sum_{g=N+1}^{N+F} (\tilde{\Psi}_1)_g \frac{d \log \Lambda_g}{d \log T_k} \right) - \frac{(\Psi_1)_{fk} \lambda_k}{\Lambda_f} \quad (22)$$

其中, $f \in \{N+1, N+2, \dots, N+F\}$, $k \in \{1, 2, \dots, N\}$ 。写成线性方程组的矩阵形式为:

$$\frac{d \log \Lambda}{d \log T_k} = \Gamma_{F \times F} \frac{d \log \Lambda}{d \log T_k} + \delta_k - \xi_k \quad (23)$$

其中, $\Lambda = (\Lambda_{N+1}, \Lambda_{N+2}, \dots, \Lambda_{N+F})^T$, $(\delta)_k = \sum_{j=0}^N (\theta_j - 1) \frac{\lambda_j}{T_j} Cov_{(\hat{\alpha}_j)} \left(\frac{(\Psi_1)_{(N+i)_f}}{\Lambda_{N+i}}, (\tilde{\Psi}_1)_k \right)$, $\Gamma_{(f-N)(g-N)} = -\sum_{j=0}^N (\theta_j - 1) \frac{\lambda_j}{T_j} Cov_{(\hat{\alpha}_j)} \left(\frac{(\Psi_1)_f}{\Lambda_f}, (\tilde{\Psi}_1)_g \right)$, $\xi_k = \frac{(\Psi_1)_{fk} \lambda_k}{\Lambda_f}$ 。

与生产率冲击相似,再次考虑 $F=1$ 的情形,可以得到:

$$\frac{d \log \Lambda_f}{d \log T_k} = \sum_{j=0}^N (1-\theta_j) \frac{\lambda_j}{T_j} Cov_{(\hat{\alpha}_j)} \left(\frac{(\Psi_1)_f}{\Lambda_f}, (\tilde{\Psi}_1)_k \right) - \frac{(\Psi_1)_{fk} \lambda_k}{\Lambda_f} \quad (24)$$

从(24)式可以看出,间接税冲击对基于收入的劳动多马份额的影响具有两个渠道:(1)对生产部门 k 的间接税冲击引起相对价格变化,由于替代效应,进而引起劳动需求和劳动报酬份额(基于收入的多马份额)变化。这与生产率冲击的影响机制相同。这一变化由(24)式的第一项表示。如果 CES 函数变为特殊 CD 形式,替代效应与收入效应相互抵消,则(24)式右边第一项消失,即为 0。(2)生产部门 k 的税收楔子上升引起劳动投入下降和工资下降,从而对劳动需求的下降,进而劳动的多马份额下降,这由(24)式右边第二项表示。

将(24)式代入(13)式、(21)式代入(12)式,分别得到间接税冲击和技术冲击对产出的影响。由于(24)式右边比(21)式右边多出一项 $-\frac{(\Psi_1)_{fk} \lambda_k}{\Lambda_f}$,间接税增大冲击对产出的影响比负向生产率冲击要多出一项。因此,间接税冲击和生产率冲击对经济影响还是存在差异的。其原因是:与负向生产率冲击不同,间接税增大的冲击没有毁坏物质资源。

3.Cobb-Douglas 和 Leontief 特殊情形

两种无资源配置效率变化的特殊情形:CD 形式下的生产率冲击和 Leontief 形式下的间接税冲击。

命题4(CD 形式下的生产率冲击影响和 Leontief 形式下的税收楔子冲击影响):

(1)当经济系统是 CD 形式($\theta=1$),生产率冲击不会导致配置效率变化,则有 $d \log Y / d \log A_i = \tilde{\lambda}_k$ 。(2)当 Leontief 经济系统($\theta=0$),间接税冲击不会导致配置效率变化,则有: $d \log Y / d \log T_k = 0$ 。

对于 CD 特殊形式,根据命题2就可以得到。当所有的替代弹性为 1 时,分配系数矩阵不包含生产率冲击变量,生产率冲击完全通过基于成本的多马份额渠道来影响产出。对于 Leontief 特殊情形,根据命题3,经过一系列运算²²,可以得到 $d \log Y / d \log T_k = 0$,也就是说,分配系数矩阵不受间接税的影响,故间接税冲击不会对最终需求总产出产生影响。

(三)事后核算框架下效率损失测度新方法

衡量间接税带来的效率损失,我们需要一个比较的基准,这个基准一般是无间接税的情景(帕累托最优状态、最优状态或前沿状态)的最终需求总产出,存在间接税的新情景与基准情景(帕累托状态,最优状态,前沿状态)的最终需求总产出的差异,即为到前沿的距离(Distance to the Frontier),即间接税的效率损失。如果以最终需求总产出表示福利,那么到前沿的距离可看作福利损失。

给定技术、间接税和其他参数条件下的均衡最终需求总产出($Y=y_0=Y(A, T)$),无间接税(帕累托最优状态)情景下的总产出为($Y^*=y_0^*=Y(A, 1_{(N+F) \times 1})$),这样到前沿的距离可定义为: $L = -\log(Y(A, T)/Y(A, 1_{(N+F) \times 1})) = -\log(Y/Y^*)$ 。基于 Theil (1967)的二阶近似方法,推导得到事后核算框架下效率损失的测度新方法²³。这是本文在方法上的重

要创新之一。BF(2020)一文基于Harberger(1964a)的思路和方法,在生产网络结构一般均衡模型框架下得到二阶近似的效率损失,即Harberger的效率损失。本质上,BF(2020)中对Harberger效率损失的测算公式的推导过程在数学上不是很严谨的,且是局部均衡下的二阶近似。

命题5 事后核算框架:到前沿的距离或效率损失率(二阶近似)^③

$$L = -\log\left(\frac{Y}{Y^*}\right) = -\frac{1}{2} \sum_{k=1}^N \left(\frac{d \log Y(A, T)}{d \log T_k} + \frac{d \log Y(A, I)}{d \log T_k} \right) \log T_k + O(\|\log T\|^3) \quad (25)$$

其中, $O(\cdot)$ 表示高阶无穷小。进一步,从理论上,无间接税的帕累托状态下,即取 $T_k=1$ 时,由于此时是最佳状态,则有 $d \log Y / d \log T_k|_{T_k=1} = 0$ ^④。这样,代入(25)式可以得到:

$$L = -\log\left(\frac{Y}{Y^*}\right) \approx -\frac{1}{2} \sum_{k=1}^N \frac{d \log Y(A, T)}{d \log T_k} \log T_k = -\frac{1}{2} \sum_{k=1}^N \sum_{j=N+1}^{N+F} \sum_{j=0}^N \frac{\lambda_j}{T_j} \theta_j \text{Cov}_{(\alpha)_j} \left(\frac{\tilde{\lambda}_j(\Psi_1)_f}{\Lambda_j}, (\tilde{\Psi}_1)_k \log T_k \right) \\ - \frac{1}{2} \sum_{j=N+1}^{N+F} \sum_{j=0}^N \frac{\lambda_j}{T_j} \theta_j \text{Cov}_{(\alpha)_j} \left(\frac{\tilde{\lambda}_j(\Psi_1)_f}{\Lambda_j}, \sum_{g=N+1}^{N+F} (\tilde{\Psi}_1)_g d \log \Lambda_g \right) \quad (26)$$

其中, $d \log \Lambda_g = \frac{d \log \Lambda_g}{d \log T_k} \log T_k$,此处 $\frac{d \log \Lambda_g}{d \log T_k}$ 由(22)式决定,且在带有间接税的均衡状态下取值。显然,在(26)式中,只要知道某一存在间接税均衡状态下的直接消耗系数矩阵、多马份额、间接税和替代弹性系数,就可以利用(22)式计算要素多马份额的微分,进而可计算(26)式,以得到本文间接税的效率损失率。也就是说,利用(26)式,可直接估计现已存在间接税均衡状态下间接税的效率损失率。从某种意义上,这是一种事后核算方法,而BF(2020)的哈伯格三角形的福利损失(效率损失)可看成是一种局部均衡状态下二阶近似的事前模拟框架^⑤。故本文效率损失测算方法是一种基于存在间接税均衡状态的效率损失事后测算新方法。

对(26)式进一步讨论:(1)当Leontief情形时,不存在间接税带来的资源配置效率损失,即效率损失率为0。(2)效率损失率测算公式(26)式中每项由间接税、替代弹性系数和生产网络结构共同决定。效率损失率大小不仅依赖于间接税税率、替代弹性系数的大小,还依赖于间接税在网络结构中的分布和生产网络结构本身。由于生产网络结构导致的重复边际化(double-marginalization),即使各间接税税率都是相同的,也可能存在效率损失。(3)效率损失率测算公式(26)式中第一项,表示间接税带来的价格变化在生产网络结构中的前向传递带来的效率损失,我们称之为价格扭曲效率损失。第二项表示税收楔子带来的要素多马份额变化在生产网络结构中的后向传递带来的效率损失,我们称之为多要素扭曲效率损失。(4)考虑 $F=1$,即只有劳动要素,这时 $\sum_{g=N+1}^{N+F} (\tilde{\Psi}_1)_g \frac{d \log \Lambda_g}{d \log T_k} = 1_{1 \times N} \frac{d \log \Lambda}{d \log T_k}$, (26)式第二项为0,也就是说间接税带来的要素之间替代和多要素扭曲效率损失不存在,经济系统中只存在价格扭曲效率损失。

四、实证结果与分析

(一)数据处理和参数设定

1.SAM编制方法和简要说明

本文编制了1992~2017年不同部门数的社会核算矩阵^⑥。限于数据的可获得性,本文对不同年份社会核算矩阵的编制作了少许的特殊处理,但坚持以下原则:在数据可获得性和可靠性的前提下,我们尽量编制部门数多的社会核算矩阵。为了纵向可比性,综合考虑数据的可得性,在各年份部门保持一致的前提下,编制社会核算矩阵。此外,鉴于增值税数据的可得性和增值税的模型不同处理方法,我们编制了对增值税的二种不同处理方法的社会核算矩阵:一种是宏观经济模型中经常使用的增值税处理方式(对增加值束征收),产品部门实际征收的增值税除以部门增加值作为模型中的增值税税率,具体模型中通过设立虚拟增加值束生产部门进行处理;另一种是与其他生产税的处理方式相似,以产品部门实际征收的增值税除以部门总产出作为模型中的

增值税税率。

2. 替代弹性系数及说明

鉴于关于企业层面甚至产业层面的生产函数的替代弹性系数估计值缺乏,本文替代弹性系数的选取主要参考 Atalay (2017)、Boehm 等(2014)和 BF (2020)的替代弹性系数的参数设定值。在具体测算中,把产品部门的生产函数设置为嵌套形式:第一层次:总中间投入品与增加值束 CES 复合产品部门的产出;第二层次:各中间投入品复合总中间投入品,资本和劳动复合成增加值束。因此我们需要在 SAM 表中相应加入虚拟增加值束生产部门 i 和虚拟总中间投入品生产部门 i 。在基准情景下,最终需求部门中各产品部门复合成总最终需求产出的替代弹性系数取 $\theta_0=0.9$,总中间投入品与增加值束复合的替代弹性系数为 $\theta=0.5$,不同中间品复合成总中间投入品的替代弹性系数为 $\varepsilon=0.2$,资本和劳动要素复合成增加值束部门的替代弹性系数取值为 $\eta=1$ 。记为 $(0.9, 0.5, 0.2, 1)$ 。同时,我们设定不同替代弹性系数情景进行对比分析,如把所有弹性系数设定为 0 和 1,可分别得到 Leontief 情景和柯布道格拉斯(CD)情景。

(二)间接税效率损失

为了清楚地考察生产网络结构维数(部门数)、替代弹性系数对效率损失的影响,本文主要以 2017 年的计算结果进行阐述^⑧。表 2 和表 3 分别显示了 2017 年中国间接税的效率损失(本文生产网络二阶近似新方法的效率损失)和 BF (2020)的哈伯格方法的效率损失,研究结果显示:(1)本文生产网络二阶近似新方法测算的效率损失明显大于哈伯格效率损失,如在 149 部门的基准情景下,本文生产网络二阶近似新方法测算的效率损失率为 0.4428%,比哈伯格效率损失率(0.2799%)高 0.1619 个百分点。总体上,生产网络二阶近似新方法测算的效率损失率是哈伯格效率损失率的近二倍。与此相似,BF (2020)测算的成本加成(垄断势力)的效率损失远高于哈伯格方法的经典估计值。BF (2020)发现:1997~2014 年美国企业层面企业成本加成率(扭曲)带来的配置效率提高大约占总体 TFP 贡献的 50%;消除企业成本加成,TFP 大约提高 10%~15%(依赖于不同方法测算的成本加成率数据),这比 Harberger (1954)计算的垄断福利损失率 0.1%高两个数量级^⑨。(2)替代弹性系数越大,效率损失越大。如 149 部门的替代弹性系数都为 1 的 CD 情景下,新方法测算的效率损失率为 0.8986%,149 部门替代弹性系数都为 4 的情景下的效率损失率为 3.5942%,分别是基准情景下效率损失率的近 2 倍和 9 倍。实际上,(26)式可以近似看做是替代弹性系数的线性组合,故替代弹性系数的影响将近似呈线性。(3)部门数越多,生产网络结构越复杂^⑩,间接税效率损失率越大。若设置的生产部门数越多,其相互之间的投入产出联系就越复杂,即其生产网络结构越复杂。举一个极端例子,如果经济中只有一个生产部门,那么生产部门之间就没有投入产出联系,更谈不上生产网络结构。本文在假设其他条件相同背景下,测算结果表明,当部门数越多,间接税的效率损失越大。如在 CD 情景下,149 部门、42 部门和 3 部门的间接税效率损失率分别为 0.8986%、0.4708%和 0.1811%,149 部门的效率损失率是 3 部门效率损失率的近 5 倍。如果考虑到现实经济中生产部门数远大于 149,尤其是考虑到由成千上万的企业构成的生产网络结构,间接税带来效率损失可能会更大。由于缺乏企业层面生产网络结构数据,本文无法对超高维部门进行计算分析,但是根据随着

表 2 2017 年不同情景下中国间接税的效率损失(新方法) 单位:亿元

		基准情景	情景 1 (CD)	情景 2 (Leontief)	情景 3	情景 4	情景 5
		(0.9, 0.5, 0.2, 1)	(1, 1, 1, 1)	(0, 0, 0, 0)	(1, 2, 4, 1)	(2, 2, 2, 2)	(4, 4, 4, 4)
149 部门	效率损失率	0.0044281	0.0089856	0	0.022422	0.017971	0.035942
	效率损失值	3880	7869	0	19636	15738	31476
42 部门	效率损失率	0.0022645	0.0047079	0	0.011501	0.0094158	0.018832
	效率损失值	1983.1	4122.9	0	10072	8245.8	16492
3 部门	效率损失率	0.00079162	0.0018108	0	0.0047764	0.0036216	0.0072433
	效率损失值	693.2500	1585.8000	0	4182.9	3171.6000	6343.2000

注:替代弹性系数的取值为:总最终需求生产函数的替代弹性系数为 $\theta_0=0.9$,中间投入与增加值束之间替代弹性为 $\theta=0.5$,总中间投入生产函数中不同中间品之间替代弹性为 $\varepsilon=0.2$,总资本和劳动要素之间的替代弹性为 $\eta=1$,后续我们以 $(0.9, 0.5, 0.2, 1)$ 表示。其他的替代弹性系数情景的表示方法一样。下同。

表 3 2017 年不同情景下中国间接税的哈伯格损失

		基准情景	情景 1 (CD)	情景 2 (Leontief)	情景 3	情景 4	情景 5
		(0.9, 0.5, 0.2, 1)	(1, 1, 1, 1)	(0, 0, 0, 0)	(1, 2, 4, 1)	(2, 2, 2, 2)	(4, 4, 4, 4)
149 部门	福利损失率	0.0027986	0.0030412	0	0.0029094	0.005986	0.011875
	福利损失值	2450.8	2663.3	0	2547.9	5242.1	10400.1
42 部门	福利损失率	0.0011459	0.0012285	0	0.0011322	0.0024006	0.0047448
	福利损失值	1003.5	1075.9	0	991.5300	2102.3	4155.2
3 部门	福利损失率	0.00034949	0.00038004	0	0.00035474	0.0007549	0.0015046
	福利损失值	306.0600	332.81	0	310.6600	661.0900	1317.6000

部门数增加,效率损失增加的变化趋势,间接税带来的效率损失率估计会超过10%。但是这不会无限增加,因为生产分工不会是无限制的,且到一定程度后,企业与其他企业之间的投入产出联系关系趋于稳定,这样生产网络结构中的投入产出相关系数也趋于稳定,必然导致计算的效率损失趋于稳定。

(三)间接税效率损失的演变轨迹

表4显示了基准情景下(0.9,0.5,0.2,1)最多部门数的1992~2017年中国间接税效率损失情况^⑥。总体上,间接税效率损失率表现出两个显著不同的阶段性特点。

首先,1992~2007年期间,间接税的效率损失率总体上呈下降趋势,且进一步可分为1992~1997年、2002~2007年两个下降阶段,中间1997~2002年相对平稳阶段。基准情景下,损失率从1992年的0.753%下降到2007年的0.314%,下降了0.439个百分点。其中,损失率从1992年的0.753%下降到1997年的0.545%,下降了0.208个百分点,而后到2002年间接税的效率损失率为0.559%,1997~2002年相对平稳。究其主要原因可能是1994年分税制改革,中国间接税结构发生较大变化。效率损失率的下降一定程度上反映了分税制改革减少了间接税的扭曲程度,提高了社会福利。从改革开放到1992年,中国已初步建成了一套内外有别、以流转税(产品税、增值税和营业税)为主体、其他税种相配合的复合税收体制。1993年12月15日,国务院作出《关于实行分税制财政管理体制的决定》,确定从1994年1月1日起实行分税制财政管理体制。根据事权与财权相结合的原则,将税种统一划分为中央税、地方税和中央地方共享税,并建立中央税收和地方税收体系,分设中央与地方两套税务机构来分别征管。分税制改革是新中国成立以来规模最大、范围最广的税制改革,确立了社会主义市场经济体制下税制的基本框架;强化了税收的收入功能和宏观调控作用,逐步扭转了财政收入占GDP比重、中央财政收入占全国财政收入比重双下降的局面^⑦。1994年税制改革主要内容包括:建立以增值税为主体、消费税和营业税为补充的流转税制,统一内外资企业所得税和个人所得税,开征土地增值税,扩大资源税征税范围,取消集市交易税、牲畜交易税、烧油特别税、奖金税和工资调节税。至此,中国进入实施较为规范的增值税制度的阶段。1994年之后10多年时间内,增值税的税制比较稳定,但针对运行过程中出现的问题和情况进行了一些微调。正是由于分税制的改革,间接税结构优化,资源配置效率改善,宏观调控完善,导致1992~1997年期间中国间接税的效率损失率大幅降低。

然而,1997~2002年期间间接税的效率损失率相对平稳,下降幅度很小,甚至有所回升。这可能与这一期间的亚洲金融危机和1998年推出的积极财政政策密切相关。1997年亚洲金融危机,导致这一地区发生严重经济危机,进而波及全球。1998年,受金融危机的影响,中国经济形势严峻,国内消费和投资需求增长乏力,对外贸易受到严重冲击,通货紧缩出现。为积极应对亚洲金融危机蔓延之势,1998年3月,在九届全国人大第一次会议记者招待会上,朱镕基总理提出了确保1998年经济增长8%的目标,并指出“实现这些目标的主要手段是提高国内的需求”。这个需求就是加强铁路、公路、农田水利、市政、环保等方面的基础设施建设,加强高新技术产业的建设,加强现有企业的技术改造。之后,适时调整宏观经济政策的目标和方向,及时提出了采取更加有力的财政政策,扩大内需,刺激经济增长。1998~2004年,财政赤字规模从960亿元一路上升至3192.85亿元,财政赤字率从1998年的1.13%上升至2002年的2.55%,之后虽然略有下滑,但仍保持在2%以上的水平。1998~2002年的积极财政政策主要以国债为核心,同时综合运用财政支出和税收等多种政策工具进行宏观调控,这些措施包括:提高多种产品的出口退税率,对一般贸易出口收汇实行贴息办法;对国家鼓励发展的国内投资项目和外商投资项目进口设备,在规定范围内,免征关税和进口环节增值税,刺激投资;调整支出结构,增加180亿元用于科教投入、国有企业下岗职工基本生活保障、离退休人员养老金的按时足额发放和抢险救灾支出。向四大国有银行发行1000亿元10年期付息国债作为长期建设国债,以加强基础设施建设。1998~2004年

表4 1992~2017年基准情景下间接税的效率损失(单位:万元)

	1992年	1997年	2002年	2007年	2012年	2017年
损失率(产出损失/GDP)	0.0075	0.0054	0.0060	0.0031	0.0044	0.0044
效率损失	2098300	4322800	7223000	9204100	25641000	38800000
间接税收	32738000	102450000	174620000	385190000	736060000	950000000
GDP	278790000	793750000	1291300000	2935100000	5857900000	8760000000
税收/GDP	0.1174	0.1291	0.1352	0.1312	0.1257	0.1084

注:利用历年的最多部门的投入产出表数据测算。1992年为118部门,1997年为124部门,2002年为122部门,2007年为135部门,2012年为139部门,2017年为149部门。

实施的积极财政政策是中国政府在国内外经济环境急剧变化的情况下主动采取的一次反周期调节,中国政府通过财政政策和货币政策的协调配合成功应对了亚洲金融危机的冲击,经济持续快速增长,社会需求全面回升,通货紧缩情况得到有效遏制,宏观经济运行环境得到显著改善。

但是,宽松的宏观政策可能导致资源配置效率恶化。1998年以来积极财政政策可能加重了企业的间接税负担,并加剧间接税对资源配置的扭曲程度。这些都可能导致1997~2002年这一期间间接税的效率损失提高,从而导致这一期间的间接税的效率损失变化不大,甚至略有上升。

2002~2007年期间,中国间接税损失率从2002年的0.559%下降到2007年的0.314%,下降幅度较大。究其原因可能是,在党的十六大提出建立完善的社会主义市场经济体制和加入WTO组织后,中国迎来了一次巨大的体制创新。直到2008年国际金融危机之前,2001~2007年期间是中国经济增长速度最快的时期,各年实际GDP增长率的均值为11.09%。这一阶段,中国市场经济体制更加完善,经济结构不断优化。由于中国超大规模市场和更加开放,营商环境不断改善,又具有制造业基础比较雄厚和劳动力低成本的优势,导致传统产业大规模地从经济发达国家向中国转移,国际资本以直接投资的方式流入中国,新技术的广泛引进和采用,促进中国产业结构的调整和升级,资源配置效率提高。现有大量文献以中国加入WTO后为背景,研究发现加入WTO后的进口自由化促进企业的TFP提高,如余森杰(2010)、陈勇兵等(2012)、简泽等(2014)等。TFP提高的主要来自于技术进步和资源配置效率的改善。与此同时,从2002年开始,中国按照“简税制、宽税基、低税率、严征管”的原则,稳步地推进税收改革,增值税由生产型改为消费型,2004年在东北地区改革试点,2007年试点范围扩大到中部地区26个老工业基地城市。2006年逐步取消农业税。这些税收改革,减轻了税收对企业的扭曲程度,加之加入WTO后中国经济结构不断优化和效率日益提升,进而减少了间接税的效率损失,提高了社会福利。

其次,2007~2017年,虽然受减税降费政策的影响间接税的宏观税负率有所下降,但是间接税的效率损失先上升后保持平稳(或略有下降)。间接税效率损失率从2007年0.314%上升到2012年的0.438%,后续再几乎无变化,到2017年仍为0.443%。同时,我们发现这一时期的间接税宏观税收负担率(间接税收入/GDP)下降,间接税宏观负担率从2007年的13.12%下降到2012年的12.57%,再下降到2017年的10.84%。间接税宏观税负率下降的原因相对比较好解释,其主要原因是:2008年金融危机后,中国出台了一系列减税降费的措施,如2012年推出的“营改增”改革试点,2016年,全面推开营改增试点。伴随着增值税改革,减税降费的力度日益加大。据财政部公开数据,2009年在全国范围实施了增值税转型改革,企业购进机器设备支付的增值税可以抵扣,当年减税1416亿元;2012年“营改增”试点减税426亿元。

然而,间接税效率损失变化情况却让人有点出乎意料,总体上出现了一定程度地上升。那么间接税效率损失率增加的原因是什么?我们认为可能是全球金融危机后,中国的生产网络结构发生了新的变化,即产业之间的投入产出复杂联系的变化(可以用生产长度来衡量)使得间接税的扭曲程度增加。根据倪红福等(2016b)发现:中国生产分割长度呈阶段性变化趋势,加入WTO后,生产分割长度迅速增加,尤其是国际生产分割程度迅速提高,但2008年金融危机后中国生产分割长度出现了短暂性的下降。2008年国际金融危机后,世界经济受到重创,经济增长急速放缓和不确定性增加,虽然主要经济体都采取了大规模的刺激政策,世界经济避免了剧烈动荡和调整,但是后危机时期的经济复苏并不顺利,引发危机的长期因素不但没有得到缓解,全球债务的不断积累和贫富差距的不断拉大。与此同时,中国受到金融危机的巨大冲击,经济增速快速回落,出口出现负增长,大批农民工返乡,经济面临硬着陆的风险,为了应对这种危局,中国政府于2008年11月推出了进一步扩大内需、促进经济平稳较快增长的十项措施^③。当时初步匡算,实施这十大措施,到2010年底约需投资4万亿元(简称“四万亿投资计划”)。四万亿投资计划,不仅对中国提振市场信心发挥了重要的作用,保持中国经济平稳较快发展,它甚至在全世界都产生了重大的影响。但是,四万亿投资计划也带来了一些负面效应,如产能过剩、通货膨胀、房价飙涨、巨额地方债务、银行坏账、生产率水平下降、低效重复投资和严重的资源浪费等,一定程度上扭曲资源配置、加剧了结构失衡。

2012~2017年,间接税的效率损失不再上升,相对平稳。2012年以来,中国经济进入新常态,贯彻落实新发展理念,实施创新驱动发展战略,推进供给侧结构性改革。从提高供给质量出发,用改革的办法推进结构调整,矫正要素配置扭曲,扩大有效供给,提高供给结构对需求变化的适应性和灵活性,提高全要素生产率,促进经济社会持续健康发展。市场在资源配置中起决定性作用和更好发挥政府作用,进一步深化经济体制改革,加快形成企业自主经营、公平竞争,消费者自由选择、自主消费,商品和要素自由流动、平等交换的现代市场体系,着力清除市场壁垒。这些国家战略和改革措施,一定程度提高资源配置效率和公平性,促进经济增长和共同富裕。实际上从一些有关TFP的测算研究中也表明2012年后的资源配置型改善的TFP有所提高。从TFP的变化来看,我们利用BF(2020)的索洛调整的TFP的生产网络测算方法,测算结果表明:2007年后,中国资源配置效应出现短期恶化,对全要素生产率带来了下降0.0529的影响,但资源配置恶化的影响程度在2012年后减少。此外,中国社会科学院经济研究所《中国经济报告(2020)》总报告组(2020)研究发现:2007年以来,我国TFP增长整体不断下滑,2013年始TFP增速有所恢复。值得提出的是,2016~2019年我国TFP年均增速达到2.86%,超过2011~2015年2.26%的平均增速。并且,2016~2019年TFP增长占同期GDP增长比例平均达到44.31%,是1996年以来的最高水平。而这和2015年底中央提出供给侧结构性改革的时间点是颇为吻合的。一定程度上印证了“供给侧结构性改革有助于全要素生产率的提高”。

最后,最多部门数下的不同替代弹性系数情景,从1992~2017年其他替代弹性系数情景下间接税的效率损失率变化趋势与基准情景下的变化趋势基本一致。替代弹性系数越大的情景,间接税效率损失率就越大。在42部门和3部门不同替代弹性系数情景下,间接税效率损失率变化趋势在1992~1997年、2007~2012年、2012~2017年时间区间的变化趋势相似。显然,生产网络结构的维数(部门数)不同,不但会影响间接税效率损失率的大小,而且对时间维度上的演变趋势也有所影响^⑧。

五、结论与启示

(一)主要结论

本文构建了一个嵌入间接税楔子的投入产出网络结构一般均衡模型,并根据Theil(1967)方法,首次给出了间接税效率损失率的事后核算方法。在此基础上,本文利用1992~2017年期间6个年份的中国投入产出表数据,编制了与模型匹配的社会核算矩阵,并测算了间接税效率损失及其变化,得到以下主要结论:(1)总体上,考虑到受生产网络结构、微观替代弹性系数和间接税处理方式的影响,中国间接税效率损失率的大致范围为0.5%~10%。进一步考虑到经济现实中成千上万企业之间的生产网络结构复杂联系,间接税效率损失应在10%以上。(2)生产网络结构越复杂,或微观替代弹性系数越大,间接税效率损失率就越大;(3)1992~2017年期间,中国间接税效率损失率呈现出明显的阶段特点。1992~2007年期间,伴随着分税制改革完成和加入WTO后融入全球经济体系,间接税效率损失率总体上呈下降趋势。2007~2012年期间受国际金融危机以及后续的“四万亿投资计划”的影响,间接税效率损失率上升。而后2012~2017年期间,受“营改增”、减税降费政策以及供给侧结构性改革的影响,间接税效率损失率保持平稳或略有下降。

(二)启示与进一步讨论

基于本文的研究结论可以得到以下几点启示。

一是在当前互联互通的全球价值链时代,间接税效率损失应是中国税制结构优化中必须考虑因素之一,应逐步构建以直接税为主的税收制度,以降低效率损失和改善收入分配。财政是国家治理的基础和重要支柱。税收作为财政制度中的重要组成部分,在现代化的国家治理建设中扮演着重要角色。税制结构优化需要在坚持财政收入、效率与公平三大基本原则的基础上,适应国家治理,实现国家长治久安。中国作为以间接税为主的税制结构,一方面,间接税一般具有累退性,在一定程度上难以达到调节收入分配的作用(倪红福等,2016a);另一方面,本文测算结果也表明在全球价值链分工越来越细化的背景下,间接税效率损失率可能超过10%,这种无谓损失是不得不考虑的。因此,从税收的公平和效率的原则来看,未来中国都应该逐步构建以直

接税为主的税收制度,降低间接税比重,加大收入分配调节力度。

二是警惕间接税效率损失动态增加的趋势,给经济系统带来较大的福利损失,应及时根据经济形势的变化,动态调整税收制度。模型计算分析结果表明:经济分工越细化,生产网络结构越复杂,微观替代弹性越大,间接税带来的效率损失越大。随着科学技术发展和交易成本的下降,生产分工越来越细化,生产网络结构将越来越复杂,这都将加大间接税的效率损失。如不及时调整税制结构,降低间接税负担,可能带来更大的福利损失。

三是当前形势下,新冠肺炎疫情可能加剧了间接税的效率损失,应积极推进结构性减税降费。首先,从间接税效率损失率的测算结果发现,在2007年到2012年期间,间接税效率损失率都出现了大幅的上升。这一期间主要受到2008年全球金融危机影响,全球经济不确定性增加,再加上“四万亿投资计划”的负面效应,一定程度上提高了中国间接税效率损失率。鉴于2020年新冠肺炎疫情全球爆发,持续时间长,造成了巨大的负面冲击,对全球经济的影响深远。因此,一方面,需要考虑疫情对企业的冲击,需要继续推进结构性减税降费;另一方面,从疫情可能导致间接税效率损失率提高,我们也应该积极推进结构性减税降费。需要进一步调低增值税的税率和减少税率档次,清理区域性税收优惠。虽然增值税暂行条例中并无太多区域性的税收优惠,但各地区为发展本地经济,往往变相实施增值税的税收优惠,并一度造成地区间无序的税收竞争,严重违反税收法定、损害公共利益。

四是本文的确切数据应谨慎解释,毕竟数据和模型是不完美的。由于数据的可获得性问题,本文没有深入到企业间的投入产出结构分析,这也是本文进一步研究方向。此外本文研究还可在以下几个方面扩展:(1)本文构建的模型框架可适合于更为复杂情况:任意非CES生产函数、弹性要素供给、资本积累、调整成本、可变产能利用率和非线性假设。所有这些问题都可在模型中引入了格外的虚拟生产者或者约束条件来解决。(2)本文模型框架只考虑了间接税,可加入其它扭曲因子。显然经济系统中还存在大量其他的扭曲因子(如成本加成、金融摩擦),且这些扭曲与税收可能互相作用,从而污染实证结果。这些问题都值得进一步扩展研究。(3)本文模型抽象了产业(企业)进入进出对经济模型系统的影响。本文模型框架中的税率为外生原始参数,而非内生变量,实际上税率也会根据经济形势的变化而调整的。本文替代弹性系数在不同年份是一样,后续研究可根据数据进行估计,考察时变的替代弹性系数的影响。(4)本文是静态模型,没有考虑预期和动态的影响,因此本文的研究只是对间接税效率损失的近似估计。(5)本文模型框架中,没有详细考察间接税收支支撑的财政支出(政府消费和投资)及其外部性的影响,即形成的公共产品带来的福利收益。政府的生产投资支出,形成的生产能力带来的福利收益,以及财政支出带来的正外部性,这样本文模拟计算的间接税效率损失率可能变小,这样一来,本文计算的各年效率损失率也可能被高估了。

(作者单位:中国社会科学院大学经济学院、中国社会科学院经济研究所)

注释

①虽然从税收效率的角度来看,总额税是相对吸引人的,但是在税收实践上可行性相对有限。这是因为总额税难以随个体的消费或收入的显示支付能力的变化而变化。在学术研究上,大部分研究基于代表性家庭假设,但难以观察到代表性家庭的异质性会导致总额税的实施存在较大局限性。因此,设计一个最优税收体系以使税收扭曲最小,是非常有意义的。有关税收效率的理论、测度和最优税收体系设计一直是公共财政学中的基本问题。

②Acemoglu等(2012)在生产网络静态框架下讨论微观冲击与宏观波动问题,给出了标准的生产网络分析范式。Acemoglu等(2016)对该框架进行了比较全面地介绍。在静态生产网络结构分析框架中,代表性消费者最大化效用、给定产品价格和劳动工资下每个行业代表性企业利润最大化、市场出清。求解分析时引入了多马(Domar)权重(份额),即产业销售值占GDP的比重,并在这一概念基础得到两个重要定理。第一个定理是,行业产出的对数值可以表示技术冲击的加权值与独立于技术冲击的数之和。第二个定理是,整体经济增加值的对数值等于以Domar权重对冲击的线性加总。此外,Carvalho和Tahbaz-Salehi(2018)对这一领域的研究做了一个较好的文献综述,具体可参见该文。

③CGE模型分析一般局限于行业部门层面,无法显示明晰的影响机制,且在刻画税收方面也相对复杂,导致CGE模型存在诟病的“黑匣子”问题。

④BF(2020)框架可用于不同生产者集合(从独立的企业、行业到整个经济),且在理论和实证上都具有重要应用:(1)把总体生产率追溯到微观企业,且可区分技术效率和配置效率。(2)加总微观冲击以评估其宏观影响。(3)用于事前结构模型的反事实模拟分析。尽管模型框架相对简单,仅需要市场出清和成本最小化条件,但是可以在模型框架中考察生产网络、多产品企业和非规模报酬问题。但是BF(2020)实证研究是尝试性的,因为在数据匹配到理论模型存在以下不足:(1)没有企业层面的投入产出数据。该文根据

行业层面的投入产出网络结构推算企业层面的投入产出网络结构。(2)企业数据仅为上市公司数据(Compustat),不一定能完全代表整个经济。(3)实证中仅考虑的成本加成的扭曲,而不像理论模型中假设了各种扭曲,如金融摩擦、税收。这些扭曲与成本加成的扭曲的综合作用可能影响实证结果。

⑤国民经济核算体系(SNA)、投入产出表(IO)和社会核算矩阵(SAM)是国民经济核算的三大工具。社会核算矩阵是投入产出表的拓展运用,它全面、灵活、详细刻画了经济系统中生产创造收入、收入引致需求、需求导致生产的经济循环过程,清楚地描述了特定年份一国或一地区的经济社会结构。首先,SAM可以全面的描述某一特定时期的社会经济状况;其次,编制SAM可以整合与校准各类统计资料;最后,SAM可以作为复杂经济模型的建模工具。有关SAM的详细介绍请见王其文等(2008)。

⑥在SAM中把虚拟的商品生产部门合并到相应活动生产部门,把行向的增值税、其他生产税和要素税费合并构成生产税净额部门,同时把相应列向删除,就可以得到传统投入产出表,这也说明SAM是投入产出表的拓展。

⑦区分活动生产部门和商品生产部门与经典SAM表中设置“活动”和“商品”的方法与思路基本一致。区分“活动”和“商品”的处理和组织方式非常具有灵活性,且有利于将问题模型化。经典SAM表中区分“活动”和“商品”的处理方式是为了反映两种不同的影响:第一,它允许多种生产活动生产相同的商品,这意味着存在不同的生产技术;第二,便于解决处理进口问题,通常假设进口产品与国内产品具有完全相同的竞争力,国内需求将由这两者组成,然而只有国内产品用于出口。将活动账户(国内的产品生产)和商品账户(国内产品需求)分开以便描述这种需求上的差异。一般来说,商品账户反映所有商品的供给与需求,活动账户反映国内厂商生产活动的投入与产出,也即商品账户主要用来反映国内市场上商品的供给与需求,而活动账户主要用来反映国内厂商生产的商品的供给与需求。这两种处理方式只是形式不同,但所反映的经济联系相同(王其文等,2008)。但是,本文的处理组织方式是为了便于构建嵌入间接税的生产网络结构一般均衡模型。

⑧注意,这里为了书写方便, p_{N+1}, \dots, p_{N+F} 为要素的价格,有时也记为 w_1, \dots, w_F 。

⑨Mckenzie(1959)指出,规模报酬递减可以分解为常规规模报酬函数与特定生产要素。

⑩该处的下标表示方法的经济学含义,正好与BF(2020)的反。本文这种表示方法与投入产出分析方法中的直接消耗系数矩阵的表示方法保持一致。这里统一说明:矩阵下标中 $N \times M$ 表示 N 行 M 列矩阵;矩阵中的元素一般以矩阵符号加下标 ij 的形式表示,如 Ω_{ij} 。

⑪ $\Omega_{\cdot j}$,或 $(\Omega)_{\cdot j}$ 表示取矩阵 Ω 的第 j 列元素构成的列向量。

⑫在产品部门成本最小化问题中,利用谢泼德引理(Shephard's lemma)可知: $\tilde{\Omega}_j = \frac{p_i x_{ij}}{C_i(\cdot)} = \frac{p_i}{C_i(\cdot)} \frac{\partial C_i(\cdot)}{\partial p_i} = \frac{\partial \log C_i(\cdot)}{\partial \log p_i} = \frac{p_i x_{ij}}{\sum_{i=1}^{N+F} p_i x_{ij}}$ 。对于 $j=1, 2, \dots, N$,显然有 $\sum_{i=1}^{N+F} \tilde{\Omega}_{ij} = 1$,但对于 $j=N+1, N+2, \dots, N+F$,显然有 $\sum_{i=1}^{N+F} \tilde{\Omega}_{ij} = 0$ 。

⑬相关证明可参见《管理世界》网络发行版附录。若有需要,可向作者索取。

⑭倪红福(2019)、倪红福等(2016b)、倪红福(2016)、Fally(2012)、Antras等(2012)等文献对此概念进行了详细的阐述。

⑮多马份额(权重)的一些结论的详细推导见《管理世界》网络发行版附录1,或者直接向作者索取。

⑯关于最终需求总产出分解公式为:
$$d \log Y = \underbrace{\frac{d \log Y}{d \log A}}_{\text{纯技术效率变化}} d \log A + \underbrace{\frac{d \log Y}{d \log S}}_{\text{配置效率变化}} d \log S$$
。S为分配系数矩阵,其中,元素 $s_{ij} = x_{ij}/y_i$,即产品部门 i 的产出分配系数,具体可参考BF(2020)。

⑰BF(2019)对Hulten定理进行了详细的阐述。也可参见本文《管理世界》网络发行版附录,或向作者索取。

⑱命题1的详细证明可参见《管理世界》网络发行版附录4。若需要,也可直接向作者索取。

⑲表示相对于外生固定供给的要素部门,可复制部门是指该部门产品可通过经济系统中的要素和其他中间投入品而生产得到。

⑳标准化是为了便于后续模型校准。是否标准化并不会影响模型的模拟和测算结果。

㉑具体有关投入产出价格模型分析方法可参考Miller和Blair(2009)、倪红福等(2016a)、倪红福等(2018)、倪红福和闫冰倩(2021)等等。

㉒具体证明见《管理世界》网络发行版附录6,或者向作者索取。

㉓有关税收效率损失的测度在经典的教材中一般都是马歇尔消费者剩余方法,或称为哈伯格三角形方法(Harberger)。然而,哈伯格方法测度的税收效率损失(额外负担)本质上是一种的局部均衡下的一阶近似,同时也存在一些其他缺陷。如当多种税收时,消费者剩余依赖于路径选择,结果不唯一(Auerbach, 1985)。为了解决马歇尔剩余的路径依赖问题,一些研究探索利用保持效用不变下的消费者剩余,即希克斯剩余,计算希克斯需求曲线下的哈伯格三角形的面积。该方法实际上就是一种补偿等价变化,以保持某一基准期的效用不变的前提下,比较价格变化前后的消费者支出的变化,变化大小以支出来衡量的效率损失。

㉔在无间接税状态下, Y 为最大值,在无间接税状态下的 $\frac{d \log Y(A, 1)}{d \log T_k} = 0$ 。首末端点的二阶近似方法可参见(1967),其基本近似等式为: $f(x) - f(y) = \frac{1}{2}(x - y)(\nabla f(x) + \nabla f(y)) + O(\|x - y\|^3)$ 。

㉕具体证明见《管理世界》网络发行版附录6,或者向作者索取。

㉖BF(2020)在生产网络结构一般均衡模型中,基于消费者剩余的局部均衡的计算思路,推导了成本加成的产出损失(福利损失)。也可参考倪红福(2021)。

㉗详细编制说明见《管理世界》网络发行版附录8。留存备案。

㉘其他年份的不同替代弹性系数和部门数的计算结果。若需要,可向作者索取。

㉙BF(2020)与Harberger(1954)差异的可能原因:(1)BF(2020)是企业层面数据,而Harberger(1954)是行业层面数据。行业内企业之间的成本加成的离散程度大于行业之间的成本加成的离散程度;(2)替代弹性系数不同,BF(2019)中的替代弹性系数大于Harberger(1954)。(3)投入产出网络结构。BF(2020)对比了带有中间品的投入产出网络结构的生产函数和无中间品投入的增加值生产

函数的效率损失,在带有中间品的投入产出网络的生产函数假设下的效率损失是增加值生产函数假设条件下的三倍。

⑳这里我们认为如果经济系统的部门维数(或者企业数)越多,相互之间的投入产出联系构成的生产网络结构越复杂。衡量生产网络结构复杂程度的重要指标是Wang等(2017)、倪红福(2016)等文献定义的生产长度或上游度,这些研究的计算结果发现,2000~2014全球所有国家部门的生产长度(上游度)都呈上升趋势。相关的全球价值链上下游、生产阶段数、生产长度等指标测算研究表明:投入产出表中部门数越多,计算的生产长度就越大,这也说明生产网络结构相对复杂(倪红福,2016;Antras et al.,2012)。

㉑基于哈伯格方法的效率损失,只是在数量级上低于本文全局二阶近似的生产网络结构新方法,但是变化趋势是基本相似的。限于篇幅,我们没有报告相关数据。若需要,可向作者索取。

㉒根据国家统计局公布的统计年鉴数据计算,1993年中央财政收入占全部财政收入的比重为22%,1994年上升至55.7%,此后基本上维持在50%左右。

㉓2008年11月5日,国务院总理温家宝主持召开国务院常务会议,会议确定了当前进一步扩大内需、促进经济增长的十项措施:1.加快建设保障性安居工程;2.加快农村基础设施建设;3.加快铁路、公路和机场等重大基础设施建设;4.加快医疗卫生、文化教育事业的发展;5.加强生态环境建设;6.加快自主创新和结构调整;7.加快地震灾区灾后重建各项工作;8.提高城乡居民收入;9.在全国所有地区、所有行业全面实施增值税转型改革,鼓励企业技术改造,减轻企业负担1200亿元;10.加大金融对经济增长的支持力度。

㉔限于篇幅,相关数据,留存备索。

参考文献

- (1)陈晓光:《增值税有效税率差异与效率损失——兼议对“营改增”的启示》,《中国社会科学》,2013年第8期。
- (2)陈勇兵、仇荣、曹亮:《中间品进口会促进企业生产率增长吗?》,《财贸经济》,2012年第3期。
- (3)樊勇、韩文杰:《1979年以来的中国增值税》,《财经智库》,2018年第6期。
- (4)高培勇:《中国财税改革40年:基本轨迹、基本经验和基本规律》,《经济研究》,2018年第3期。
- (5)简泽、张涛伏、玉林:《进口自由化、竞争与本土企业的全要素生产率——基于中国加入WTO的一个自然实验》,《经济研究》,2014年第8期。
- (6)倪红福、龚六堂、王茜萌:《“营改增”的价格效应和收入分配效应》,《中国工业经济》,2016年a第12期。
- (7)倪红福、龚六堂、夏杰长:《生产分割的演进路径及其影响因素——基于生产阶段数的考察》,《管理世界》,2016年b第4期。
- (8)倪红福、龚六堂、陈湘杰:《全球价值链中的关税成本效应分析——兼论中美贸易摩擦的价格效应和福利效应》,《数量经济技术经济研究》,2018年第8期。
- (9)倪红福:《全球价值链中产业“微笑曲线”存在吗?基于增加值平均传递步长方法》,《数量经济技术经济研究》,2016年第11期。
- (10)倪红福:《生产网络结构、减税降费与福利效应》,《世界经济》,2021年第1期。
- (11)倪红福、夏杰长:《中国区域在全球价值链中的作用及其变化》,《财贸经济》,2016年第11期。
- (12)倪红福:《全球价值链位置测度理论的回顾和展望》,《中南财经政法大学学报》,2019年第3期。
- (13)倪红福:《全球价值链中的累积关税成本率及结构:理论与实证》,《经济研究》,2020年第10期。
- (14)倪红福、闫冰倩:《减税降费的价格和福利效应——引入成本传导率的投入产出价格模型分析》,《金融研究》,2021年第2期。
- (15)王其文、李善同、高颖:《社会核算矩阵:原理、方法和应用》,清华大学出版社,2008年。
- (16)余淼杰:《中国的贸易自由化与制造业企业生产率》,《经济研究》,2010年第12期。
- (17)中国社会科学院经济研究所《中国经济报告(2020)》总报告组:《全球经济大变局、中国潜在增长率与后疫情时期高质量发展》,《经济研究》,2020年第8期。
- (18)Atalay, E., 2017, “How Important are Sectoral Shocks?”, *American Economic Journal*, 9(4), pp.254-280.
- (19)Auerbach, A., Hines, J. and Economics, H. O. P., 1985, *Taxation and Economic Efficiency*, Handbook of Public Economics.
- (20)Acemoglu, D., Carvalho, V. M., Ozdaglar, A. and Tahbaz Salehi, A., 2012, “The Network Origins of Aggregate Fluctuations”, *Econometrica*, 80(5), pp.1977-2016.
- (21)Acemoglu, D., Akcigit, U. and Kerr, W., 2016, “Networks and the Macroeconomy: An Empirical Exploration”, *NBER Macroeconomics Annual*, 30(1), pp.273-335.
- (22)Antras, P., Chor, D., Fally, T. and Hillberry, R., 2012, “Measuring the Upstreamness of Production and Trade Flows”, NBER Working Paper, No.17819.
- (23)Baqaee, D. R. and Farhi, E., 2018, “Macroeconomics with Heterogeneous Agents and Input-output Networks”, National Bureau of Economic Research, No.w24684.
- (24)Baqaee, D. R. and Farhi, E., 2019, “The Macroeconomic Impact of Microeconomic Shocks: Beyond Hulten’s Theorem”, *Econometrica*, 87(4), pp.1155-1203.
- (25)Baqaee, D. R. and Farhi, E., 2020, “Productivity and Misallocation in General Equilibrium”, *The Quarterly Journal of Economics*, 135(1), pp.105-163.
- (26)Bigio, S. and La’o, J., 2020, “Distortions in Production Networks”, *The Quarterly Journal of Economics*, 135(4), pp.2187-2253.
- (27)Boehm, C., Flaaen, A. and Pandalai-Nayar, N., 2014, “Complementarities in Multinational Production and Business Cycle Dynamics”, Technical Report, Working Paper, University of Michigan.
- (28)Carvalho, V. M., Nirei, M., Saito, Y. U. and Talbaz-Salehi, A., 2021, “Supply Chain Disruptions: Evidence from the Great East Japan Earthquake”, *The Quarterly Journal of Economics*, 136(2), pp.1255-1321.
- (29)Carvalho, V. M. and Tahbaz-Salehi, A., 2018, “Production Networks: A Primer”, Cepr Discussion Papers.
- (30)Dupuit, J., 1844, “De la Mesure de l’Utilité Des Travaux Publics”, *Annales des Ponts et Chaussées*, s. II, 2nd semester, pp.332-375; English translation “On the Measurement of the Utility of Public Works”, by R.H. Barback, *International Economic Papers* (1952), n.2, pp.83-110.
- (31)Dupor, B., 1999, “Aggregation and Irrelevance in Multi-sector Models”, *Journal of Monetary Economics*, 43(2), pp.391-409.

- (32) Friedman, M., 1952, "The 'Welfare' Effects of an Income Tax and an Excise Tax", *Journal of Political Economy*, 60(1), pp.25~33.
- (33) Fledstein, M., 1978, "The Welfare Cost of Capital Income Taxation", *Journal of Political Economy*, 86, pp.S29~S51.
- (34) Fally, T., 2012, "Production Staging: Measurement and Facts", University of Colorado, 2012.
- (35) Harberger, A. C., 1954, "Monopoly and Resource Allocation", *The American Economic Review*, 44(2), pp.77~87.
- (36) Harberger, A. C., 1964a, "The Measurement of Waste", *American Economic Review*, 54(3), pp.58~76.
- (37) Harberger, A. C., 1964b, "Taxation, Resource Allocation and Welfare", Cambridge: National Bureau of Economic Research, Inc.
- (38) Harberger, A. C., 1971, "Three Basic Postulates for Applied Welfare Economics: An Interpretive Essay", *Journal of Economic Literature*, *American Economic Association*, 9(3), pp.785~797.
- (39) Hsieh, C. T. and Klenow, P. J., 2009, "Misallocation and Manufacturing TFP in China and India", *The Quarterly Journal of Economics*, 124(4), pp.1403~1448.
- (40) Horvath, M., 1998, "Cyclicality and Sectoral Linkages: Aggregate Fluctuations from Independent Sectoral Shocks", *Review of Economic Dynamics*, 1(4), pp.781~808.
- (41) Horvath, M., 2000, "Sectoral Shocks and Aggregate Fluctuations", *Ssrn Electronic Journal*, 45(1), pp.69~106.
- (42) Hulten, C. R., 1978, "Growth Accounting with Intermediate Inputs", *Review of Economic Studies*, 45(3), pp.511~518.
- (43) Hummels, D., Ishii, J. and Yi, K. M., 2001, "The Natural and Growth of Vertical Specialization in World Trade", *Journal of International Economics*, 54(1), pp.75~96.
- (44) Johnson, R. C. and Noguera, G., 2012, "Accounting for Intermediates: Production Sharing and Trade in Value Added", *Journal of International Economics*, 86(2), pp.224~236.
- (45) Koopman, R., Wang, Z. and Wei, S. J., 2014, "Tracing Value-Added and Double Counting in Gross Exports", *Social Science Electronic Publishing*, 104(2), pp.459~494.
- (46) King, M. A., 1983, "Welfare Analysis of Tax Reforms Using Household Data", *Journal of Public Economics*, 21, pp.183~214.
- (47) Leontief, W., 1941, *The Structure of the American Economy, 1919-1929*, Cambridge: Harvard University Press.
- (48) Long Jr, J. B. and Plosser, C. I., 1983, "Real Business Cycles", *Journal of political Economy*, 91(1), pp.39~69.
- (49) Liu, E., 2019, "Industrial Policies in Production Networks", *The Quarterly Journal of Economics*, 134(4), pp.1883~1948.
- (50) Miller, R. E. and Blair, P. D., 2009, *Input-Output Analysis-Foundation and Extensions*, Cambridge University Press.
- (51) McKenzie, L. W., 1959, "On the Existence of General Equilibrium for a Competitive Market", *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, 27, pp.54~71.
- (52) Restuccia, D. and Rogerson, R., 2008, "Policy Distortions and Aggregate Productivity with Heterogeneous Plants", *Review of Economic Dynamics*, 11(4), pp.707~720.
- (53) Theil, H., 1967, *Economics and Information Theory*, Amsterdam: North Holland Publishing Company.
- (54) Wang, Z., Wei, S. J. and Zhu, K. F., 2013, "Quantifying International Production Sharing at the Bilateral and Sector Levels", NBER Working Paper, No.19677.
- (55) Wang, Z., Wei, S. J., Yu, X. D. and Zhu, K. F., 2017, "Characterizing Global Value Chains: Production Length and Upstreamness", NBER Working Paper, No.23261.

Efficiency Loss of Indirect Tax in China: Based on the General Equilibrium Model of China's Production Network Structure

Ni Hongfu

(University of Chinese Academy of Social Sciences, Institute of Economics of Chinese Academy of Social Sciences)

Abstract: This paper constructs a general equilibrium model of China's input-output network structure embedded with indirect tax, and innovatively puts forward the post calculation method of indirect tax efficiency loss. Based on this, this paper uses China's input-output table and tax data from 1992 to 2017 to compile a social accounting matrix matching the model, and further empirically calculates and analyzes the efficiency loss and change of China's indirect tax. The research shows that: (1) In general, considering production network structure, micro substitution elasticity coefficient and the model treatment of indirect tax, the efficiency loss rate of indirect tax in China is about 0.5%~10%. (2) The more complex the production network structure is, the greater the micro substitution elasticity coefficient is, and the greater the efficiency loss rate of indirect tax is. (3) The indirect tax efficiency loss rate calculated by the new second-order approximation method of production network is much greater than that of the classical harberger method. (4) From 1992 to 2017, China's indirect tax efficiency loss rate showed phased characteristics. From 1992 to 2007, with the completion of tax sharing reform and deep integration into the global value chain after China's entry into WTO, China's indirect tax efficiency loss rate showed a downward trend on the whole. From 2007 to 2017, China's indirect tax efficiency loss rate first increased under the influence of the financial crisis, and then remained stable or slightly decreased under the influence of policies such as tax reduction and fee reduction.

Keywords: production network structure; input-output; tax structure; efficiency loss

Efficiency Loss of Indirect Tax in China: Based on the General Equilibrium Model of China's Production Network Structure

Ni Hongfu

(University of Chinese Academy of Social Sciences; Institute of Economics of Chinese Academy of Social Sciences)

Summary: As an important part of the economic system of China, the tax system has been promoted with the economic system reform, and has always become the vanguard of the economic system reform. China's current tax system is mainly based on indirect tax, and indirect tax is mainly based on value-added tax. Since the reform and opening up, value-added tax reform is one of the important contents of the whole tax system reform. There are many studies on the design, evolution and direct economic effect of indirect tax reform, but there is little quantitative research on the efficiency loss of indirect tax, let alone the calculation and analysis of the long-time series of efficiency loss of China's indirect tax since the tax sharing system reform in 1994. Therefore it is impossible to evaluate the efficiency improvement of indirect tax system reform quantitatively.

The loss and change of tax efficiency is an important evaluation index of a country's tax system structure. This paper constructs a general equilibrium model of inefficient economy and production network structure embedded with indirect tax for the first time, and proposes the ex post measurement formula of indirect tax efficiency loss and a new method of social accounting matrix matching with the model. Based on this, this paper uses China's input-output table and tax data from 1992 to 2017 to compile a social accounting matrix matching with the model, and further empirically calculates and analyzes the efficiency loss and its change of China's indirect tax. The results show that: (1) In general, the efficiency loss rate of China's indirect tax is roughly 0.5%~10%. But further considering the complex relationship of production network structure in economic, the efficiency loss rate of indirect tax may be more than 10%. (2) The more complex the production network structure, the greater the efficiency loss rate of indirect tax. The higher the micro substitution elasticity coefficient, the greater the efficiency loss rate of indirect tax. Using the 149 sectors input-output table in 2017, the efficiency loss rate of the Douglas scenario is 0.8986% with the substitution elasticity coefficients 1, and the efficiency loss rate is 3.5942% with the substitution elasticity coefficients 4. At the same time, the efficiency loss rate of indirect tax using new method is much higher than the partial efficiency loss rate of indirect tax using the classic Harberger method. (3) The efficiency loss rate of indirect tax in China shows obvious characteristics of stages. From 1992 to 2007, with the completion of the tax-sharing system reform and the deep integration into the global economic system after China's accession to the WTO, the efficiency loss rate of indirect tax generally showed a downward trend. From 2007 to 2017, the efficiency loss rate of indirect tax increased due to the financial crisis, and then remained stable or slightly decreased under the influence of tax and fee reduction policies.

Compared with the existing literature, the marginal contribution of this paper mainly includes: (1) this paper constructs a general equilibrium model of production network structure with indirect tax, which enriches the theoretical research of the general equilibrium model of production network structure. (2) Combined with Theil's mathematical method, a new post accounting method for efficiency loss(welfare loss or output loss) is proposed. (3) The compilation method and application of social accounting matrix (SAM) are expanded.

The data in this paper should be interpreted carefully. After all, the data and model are imperfect. Due to the availability of data, this paper does not deeply analyze the input-output structure among enterprises, which is also the further research direction of this paper. Further research can be expanded in the following aspects, the model framework can be suitable for more complex cases such as any non CES production function and elastic factor supply, investigate the influence of time-varying alternative substitution elasticity coefficient, consider the influence of expectation and dynamics, and so on.

Keywords: production network structure; input-output; tax structure; efficiency loss

JEL Classification: H21, D50, C67

附录1 逆矩阵的分块矩阵分解

根据矩阵逆的定义,通过一定运算可以得到:

$$\begin{aligned} \left(I_{(N+F) \times (N+F)} - \tilde{\Omega}_{(N+F) \times (N+F)} \right)^{-1} &= \begin{bmatrix} I - \tilde{\Omega}_{N \times N} & O_{N \times F} \\ -(\tilde{\Omega}_{(N+F) \times (N+F)})_{[(N+1:N+F)] \times [(1:N)]} & I_{F \times F} \end{bmatrix}^{-1} \\ &= \begin{bmatrix} (I - \tilde{\Omega}_{N \times N})^{-1} & O_{N \times F} \\ (\tilde{\Omega}_{(N+F) \times (N+F)})_{[(N+1:N+F)] \times [(1:N)]} (I - \tilde{\Omega}_{N \times N})^{-1} & I_{F \times F} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \tilde{\Psi}_{N \times N} & O_{N \times F} \\ (\tilde{\Omega}_{(N+F) \times (N+F)})_{[(N+1:N+F)] \times [(1:N)]} \tilde{\Psi}_{N \times N} & I_{F \times F} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

即:

$$\tilde{\Psi}_{(N+F) \times (N+F)} = \begin{bmatrix} \tilde{\Psi}_{N \times N} & O_{N \times F} \\ (\tilde{\Omega}_{(N+F) \times (N+F)})_{[(N+1:N+F)] \times [(1:N)]} \tilde{\Psi}_{N \times N} & I_{F \times F} \end{bmatrix}$$

同样我们也可以得到:

$$\Psi_{(N+F) \times (N+F)} = \begin{bmatrix} \Psi_{N \times N} & O_{N \times F} \\ (\Omega_{(N+F) \times (N+F)})_{[(N+1:N+F)] \times [(1:N)]} \Psi_{N \times N} & I_{F \times F} \end{bmatrix}$$

附录2 多马份额(权重)相关的结论的推导

正文中(10a)式的详细推导:

$$\begin{aligned} \lambda_{(N+F) \times 1} &= \begin{bmatrix} I - \Omega_{N \times N} & O_{N \times F} \\ -(\Omega_{(N+F) \times (N+F)})_{[(N+1:N+F)] \times [(1:N)]} & I_{F \times F} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} b_{N \times 1} \\ 0_{F \times 1} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \Psi_{N \times N} & O_{N \times F} \\ (\Omega_{(N+F) \times (N+F)})_{[(N+1:N+F)] \times [(1:N)]} \Psi_{N \times N} & I_{F \times F} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_{N \times 1} \\ 0_{F \times 1} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \Psi_{N \times N} b_{N \times 1} \\ (\Omega_{(N+F) \times (N+F)})_{[(N+1:N+F)] \times [(1:N)]} \Psi_{N \times N} b_{N \times 1} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \lambda_{N \times 1} \\ (\Omega_{(N+F) \times (N+F)})_{[(N+1:N+F)] \times [(1:N)]} \lambda_{N \times 1} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

论证: $\sum_{j=N+1}^{N+F} \tilde{\lambda}_j = 1$ 。因为基于成本的直接消耗系数矩阵(包含要素)的列向和为1。根据列和1,可知

$$\begin{aligned} 1_{1 \times N} \tilde{\Omega}_{N \times N} + 1_{1 \times F} (\tilde{\Omega}_{(N+F) \times (N+F)})_{[(N+1:N+F)] \times [(1:N)]} &= 1_{1 \times N} \\ \Rightarrow 1_{1 \times F} (\tilde{\Omega}_{(N+F) \times (N+F)})_{[(N+1:N+F)] \times [(1:N)]} &= 1_{1 \times N} (I - \tilde{\Omega}_{N \times N}) \\ \Rightarrow 1_{1 \times F} (\tilde{\Omega}_{(N+F) \times (N+F)})_{[(N+1:N+F)] \times [(1:N)]} (I - \tilde{\Omega}_{N \times N})^{-1} &= 1_{1 \times N} \\ \Rightarrow 1_{1 \times F} \tilde{\lambda}_{[(N+1:N+F)]} &= 1_{1 \times N} b_{N \times 1} \\ \Rightarrow \sum_{j=N+1}^{N+F} \tilde{\lambda}_j &= 1 \end{aligned}$$

附录3 Hulten(1978)定理证明

Hulten(1978)定理:不存扭曲的完全竞争经济中,微观生产技术冲击的一阶宏观效应如下:

$$\frac{d \log Y}{d \log A_i} = \lambda_i$$

其中, $\lambda_i = \frac{p_i y_i}{\sum_{i=1}^N p_i c_i}$, 产品*i*的销售收入占GDP的比重,或者多马份额(Domar weight)。Hulten(1978)定理实际上就是第一福利定理的推论。

既然经济是有效的(不存在税收、成本加成等扭曲),则 $Y(A_1, A_2, \dots, A_N)$ 是社会计划最优且价格是不同产品的资源约束式的乘子。利用包络定理,可以得到以上结果。Hulten(1978)定理有以下重要意义:在一阶近似情况下,只要知道各产品部门均衡销售分布,结构模型中生产率冲击对产出的影响与具体微观细节无关,其中这些微观细节包括:生产网络结构、生产函数中微观替代弹性和投入和要素的流动容易程度等。

以下从社会计划者角度证明。根据拉格朗日乘子的方法,可以得到:

$$Y(A_1, A_2, \dots, A_N) = \max_{c_i, x_{ij}} D(c_1, c_2, c_3, \dots, c_N) + \sum_{i=1}^N u_i \left[A_i F_i(l_{i1}, l_{i2}, \dots, l_{iF}, x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{iN}) - \sum_{j=1}^N x_{ij} - c_i \right] + \sum_{j=1}^N \lambda_j \left(\bar{I}_j - \sum_{i=1}^N l_{ij} \right)$$

其中,此处的模型框架设计与Baqaee和Farhi(2017)(简称为BF)一致,1到*N*表示生产部门,且 $y_i = A_i F_i(l_{i1}, l_{i2}, \dots, l_{iF}, x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{iN})$, 外生固定要素供给 $\bar{I}_j, j \in \{1, 2, \dots, F\}$, u_i 为拉格朗日乘子。根据包络定理,可以得到:

$$\begin{aligned} \frac{dY}{dA_i} &= u_i F_i = \frac{u_i y_i}{A_i} \\ \Rightarrow \frac{d \log Y}{d \log A_i} &= \frac{u_i y_i}{Y} \end{aligned}$$

因此,当 u_i 是产品 i 的价格时,且假设最终需求总产出的价格为计价基准,且为 1,于是可以得到 Hulten (1978) 定理。从分散经济角度来看,对于产品 j ,要么作为生产过程中的中间投入,要么被代表性消费者消费。在完全竞争均衡下,边际收益等于边际成本,于是可以得到:

$$p_i A_i \frac{\partial F_i}{\partial x_j} = p_j, \text{ 或者 } p_c \frac{\partial D}{\partial c_j} = p_j$$

其中, p_c 是最终需求总产出的理想价格指数,我们选为价格计价基准,即设为 1。校正一个错误:BF (2017) 中有错误,缺少 A_i 。

在社会计划者经济中,拉格朗日函数中一阶条件可知: $\frac{\partial D}{\partial c_j} = u_j$ 和 $u_i A_i \frac{\partial F_i}{\partial x_j} = u_j$, 令 $u_i = p_i, P_c = 1$, 故可得到: $\frac{d \log Y}{d \log A_i} = \frac{u_i Y_i}{Y} = \frac{p_i Y_i}{P_c Y}$, 即论证了 Hulten (1978) 定理。

以下我们对对偶形式(成本最小化)的社会计划者角度论证 Hulten 定理。根据拉格朗日乘子的方法,我们可以得到:

$$C(A_1, A_2, \dots, A_N, w_1, w_2, w_F) = \min_{\{c_i\}_{i=1,2,3,\dots,N}, \{l_j\}_{j=1}^F} \sum_{j=1}^F w_j l_j + \sum_{i=1}^N u_i \left[A_i F_i(l_{1i}, l_{2i}, \dots, l_{Fi}, x_{1i}, x_{2i}, \dots, x_{Ni}) - \sum_{j=1}^N x_{ij} - c_i \right] + \sum_{j=1}^N \lambda_j \left(\sum_{i=1}^N l_{ji} - l_j \right) + u_0 [y_0 - A_0 F_0(c_1, c_2, \dots, c_N)]$$

根据包络定理,我们可以得到:

$$\begin{aligned} \frac{dC}{dA_i} &= u_i F_i = \frac{u_i Y_i}{A_i} \\ \Rightarrow \frac{d \log C}{d \log A_i} &= \frac{u_i Y_i}{C} \\ \frac{dC}{dw_j} &= l_j \\ \Rightarrow \frac{d \log C}{d \log w_j} &= \frac{w_j l_j}{C} \end{aligned}$$

因此,当 u_i 是产品 i 的价格时,令 $u_i = p_i, P_c = 1$, 我们就得到了 Hulten 定理。

附录 4 正文中命题 1 的证明

简要阐述命题 1 的证明思路:(1)利用成本最小化的成本函数与价格的函数关系式,求微分可以得到产品部门价格(包含税收)、外生固定供给要素价格、税收楔子和生产率的关系。(2)假设最终需求总产出价格为计价基准价格(设定为 1),对该价格方程求微分,进一步结合(1)步中结论,可以消除产品部门价格,以得外生固定供给要素的价格微分形式。(3)利用外生固定供给要素的收入占 GDP 的比重(即基于收入的多马份额)求微分,再基于成本的多马份额加权加和,即可得到定理 1 的证明。利用成本最小化的成本函数与价格的关系等式,求微分可以得到产品部门价格(包含税收)、税收楔子和生产率的微分的关系。改变和扩充一下数学符号,正文中(2)式和(3)式可以写成统一形式:

$$p_i = T_i \frac{C_i(p_1, p_2, \dots, p_N, p_{N+1}, \dots, p_{N+F})}{A_i} \quad (\text{F-1})$$

其中,当 $i \in \{N+1, N+2, \dots, N+F\}$, p_i 为外生固定供给要素的价格,这里 p_{N+j} 替代 $w_j, j \in \{1, 2, \dots, F\}$ 。把成本函数扩充包含外生固定供给要素价格,对于 1 到 N 中的生产部门 i 对外生固定供给要素部门 j 需求为 0, 也即 $\Omega_{ij} = 0$ 。

对(F-1)微分,根据最小成本化中 shephard 引理,可得:

$$\begin{aligned} d \log p_i &= d \log T_i - d \log A_i + \sum_{j=1}^N \frac{d \log C_i(\cdot)}{d \log p_j} d \log p_j + \sum_{j=N+1}^{N+F} \frac{d \log C_i(\cdot)}{d \log p_j} d \log p_j \\ &= d \log T_i - d \log A_i + \sum_{j=1}^N \tilde{\Omega}_{ij} d \log p_j + \sum_{j=N+1}^{N+F} \tilde{\Omega}_{ij} d \log p_j \end{aligned} \quad (\text{F-2})$$

此处是对成本函数求微分,故上式中用到的是基于成本的直接消耗系数。令 $w_{F \times 1} = (p_{(N+F) \times 1})_{((N+1:N+F), 1)}$ 写成矩阵形式可得:

$$\begin{aligned} d \log p_{N \times 1} &= d \log T_{N \times 1} - d \log A_{N \times 1} + \tilde{\Omega}_0^T d \log p + \left[\left(\tilde{\Omega}_1 \right)_{((N+1:N+F), \cdot)} \right]^T d \log w_{F \times 1} \\ &\Rightarrow d \log p_{N \times 1} = \left(I_{N \times N} - \tilde{\Omega}_0^T \right)^{-1} \left[d \log T_{N \times 1} - d \log A_{N \times 1} \right] \\ &\quad + \left(I_{N \times N} - \tilde{\Omega}_0^T \right)^{-1} \left[\left(\tilde{\Omega}_1 \right)_{((N+1:N+F), \cdot)} \right]^T d \log w_{F \times 1} \\ d \log p_{N \times 1} &= \tilde{\Psi}_0^T (d \log T_{N \times 1} - d \log A_{N \times 1} + \tilde{\alpha}_F^T d \log w_{F \times 1}) \end{aligned} \quad (\text{F-3})$$

其中,令 $\tilde{\alpha}_F^T \equiv \left(\tilde{\Omega}_1 \right)_{((N+1:N+F), \cdot)}^T$ 。

(2)假设最终需求总产的价格为计价价格且等于 1,对该价格方程求微分,进一步结合(1)步中结论,可以消除产品部门价格,可得外生固定供给要素的价格微分形式。由于最终需求总产出的理想价格 p_0 假定为 1 的计价基准,故可以得到:

$$d \log p_0 = \sum_{j=1}^N b_j d \log p_j = 0 \quad (\text{F-4})$$

于是进一步得到:

$$\begin{aligned} b_{N \times 1}^T \tilde{\Psi}_0^T (d \log T_{N \times 1} - d \log A_{N \times 1} + \tilde{\alpha}_F^T d \log w_{F \times 1}) &= 0 \\ \tilde{\lambda}_{N \times 1}^T (d \log T_{N \times 1} - d \log A_{N \times 1}) + \tilde{\lambda}_{N \times 1}^T \tilde{\alpha}_F^T d \log w_{F \times 1} &= 0 \\ \Rightarrow \tilde{\lambda}_{N \times 1}^T (d \log T_{N \times 1} - d \log A_{N \times 1}) + \left(\tilde{\lambda}_{(N+F) \times 1} \right)_{((N+1:N+F), 1)}^T d \log w_{F \times 1} &= 0 \end{aligned}$$

令 $\tilde{\Lambda}_{F \times 1}^T \equiv (\tilde{\lambda}_i)_{((N+1, N+F, 1))}^T$, $\tilde{\lambda}_1 = \tilde{\lambda}_{(N+F) \times 1}$, $\tilde{\lambda}_0 = \tilde{\lambda}_{N \times 1}$, 则

$$\tilde{\lambda}_{N \times 1}^T (d \log T_{N \times 1} - d \log A_{N \times 1}) + \tilde{\Lambda}_{F \times 1}^T d \log w_{F \times 1} = 0 \quad (F-5)$$

(3) 利用外生固定供给要素的收入占 GDP 的比重(即基于收入的多马份额)求微分, 并利用基于成本的多马份额加权加和, 即可得到定理 1 的证明。

由 $\Lambda_f = \frac{p_j \bar{y}_j}{p_0 Y}$ 可知, $d \log \Lambda_f = d \log p_f - d \log Y$ 。又因为 $1_{1 \times F} \tilde{\Lambda}_{F \times 1} = 1$,

$$d \log Y = \tilde{\lambda}_{N \times 1}^T (d \log A_{N \times 1} - d \log T_{N \times 1}) - \sum_{j=N+1}^{N+F} \tilde{\lambda}_j d \log \Lambda_j \quad (F-6)$$

附录 5 命题 2 和命题 3 的证明

根据标准 CES 函数形式, 对相关的微分表达式进行显式形式表示, 也为后续模型校准和事后效率损失核算框架作准备。

首先, 我们根据成本最小化得到产品成本的表达式, 再利用 shephard's 引理, 可以得到技术冲击和税收楔子对价格影响的方程式。

$$\min \sum_{j=1}^N p_j x_{j\beta} + \sum_{j=N+1}^{N+F} w_j x_{j\beta} \quad i \{1, 2, \dots, N\}$$

$$s.t. \quad \frac{y_i}{\bar{y}_i} = A_i \left[\sum_{j=1}^{N+F} w_{j\beta} \left(\frac{x_{j\beta}}{\bar{x}_{j\beta}} \right)^{\frac{\theta_j - 1}{\theta_j}} \right]^{\frac{\theta_i}{\theta_i - 1}}$$

因为是求单位成本, 所以约束条件可变为: $1 = A_i \bar{y}_i \left[\sum_{j=1}^{N+F} \omega_{j\beta} \left(\frac{x_{j\beta}}{\bar{x}_{j\beta}} \right)^{\frac{\theta_j - 1}{\theta_j}} \right]^{\frac{\theta_i}{\theta_i - 1}}$ 。于是可得:

$$L = \sum_{j=1}^N p_j x_{j\beta} + \sum_{j=N+1}^{N+F} w_j x_{j\beta} + \kappa \left\{ 1 - A_i \bar{y}_i \left[\sum_{j=1}^{N+F} \omega_{j\beta} \left(\frac{x_{j\beta}}{\bar{x}_{j\beta}} \right)^{\frac{\theta_j - 1}{\theta_j}} \right]^{\frac{\theta_i}{\theta_i - 1}} \right\}$$

$$\Rightarrow \frac{\partial L}{\partial x_{j\beta}} = p_j - \kappa A_i \bar{y}_i \left[\sum_{j=1}^{N+F} \omega_{j\beta} \left(\frac{x_{j\beta}}{\bar{x}_{j\beta}} \right)^{\frac{\theta_j - 1}{\theta_j}} \right]^{\frac{\theta_i}{\theta_i - 1} - 1} \omega_{j\beta} \left(\frac{x_{j\beta}}{\bar{x}_{j\beta}} \right)^{\frac{\theta_j - 1}{\theta_j} - 1} \frac{1}{\bar{x}_{j\beta}}$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_{j\beta}} = w_j - \kappa A_i \bar{y}_i \left[\sum_{j=1}^{N+F} \omega_{j\beta} \left(\frac{x_{j\beta}}{\bar{x}_{j\beta}} \right)^{\frac{\theta_j - 1}{\theta_j}} \right]^{\frac{\theta_i}{\theta_i - 1} - 1} \omega_{j\beta} \left(\frac{x_{j\beta}}{\bar{x}_{j\beta}} \right)^{\frac{\theta_j - 1}{\theta_j} - 1} \frac{1}{\bar{x}_{j\beta}}$$

$$\Rightarrow \sum_{j=1}^N p_j x_{j\beta} + \sum_{j=N+1}^{N+F} w_j x_{j\beta} = \kappa A_i \bar{y}_i \left[\sum_{j=1}^{N+F} \omega_{j\beta} \left(\frac{x_{j\beta}}{\bar{x}_{j\beta}} \right)^{\frac{\theta_j - 1}{\theta_j}} \right]^{\frac{\theta_i}{\theta_i - 1}} = \kappa$$

$$\left(\frac{p_j \bar{x}_{j\beta}}{p_k \bar{x}_{k\beta}} \right)^{-\theta_j} \left(\frac{\omega_{j\beta}}{\omega_{k\beta}} \right)^{\theta_j} = \left(\frac{x_{j\beta}}{\bar{x}_{j\beta}} \right)^{\frac{\theta_j - 1}{\theta_j}}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{x_{j\beta}}{\bar{x}_{j\beta}} \right)^{\frac{\theta_j - 1}{\theta_j}} = \left(\frac{p_j \bar{x}_{j\beta}}{p_k \bar{x}_{k\beta}} \right)^{1 - \theta_j} \left(\frac{\omega_{j\beta}}{\omega_{k\beta}} \right)^{\theta_j - 1} \left(\frac{x_{k\beta}}{\bar{x}_{k\beta}} \right)^{\frac{\theta_k - 1}{\theta_k}}$$

$$\Rightarrow \sum_{j=1}^{N+F} \omega_{j\beta} \left(\frac{x_{j\beta}}{\bar{x}_{j\beta}} \right)^{\frac{\theta_j - 1}{\theta_j}} = \left(\frac{x_{k\beta}}{\bar{x}_{k\beta}} \right)^{\frac{\theta_k - 1}{\theta_k}} \sum_{j=1}^{N+F} \omega_{j\beta} \left(\frac{p_j \bar{x}_{j\beta}}{p_k \bar{x}_{k\beta}} \right)^{1 - \theta_j} \left(\frac{\omega_{j\beta}}{\omega_{k\beta}} \right)^{\theta_j - 1}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{1}{A_i \bar{y}_i} \right)^{\frac{\theta_i - 1}{\theta_i}} = \omega_{k\beta} \left(\frac{x_{k\beta}}{\bar{x}_{k\beta}} \right)^{\frac{\theta_k - 1}{\theta_k}} \sum_{j=1}^{N+F} \left(\frac{p_j \bar{x}_{j\beta}}{p_k \bar{x}_{k\beta}} \right)^{1 - \theta_j} \left(\frac{\omega_{j\beta}}{\omega_{k\beta}} \right)^{\theta_j}$$

$$\Rightarrow \omega_{k\beta} \left(\frac{x_{k\beta}}{\bar{x}_{k\beta}} \right)^{\frac{\theta_k - 1}{\theta_k}} = \frac{\left(\frac{1}{A_i \bar{y}_i} \right)^{\frac{\theta_i - 1}{\theta_i}}}{\sum_{j=1}^{N+F} \left(\frac{p_j \bar{x}_{j\beta}}{p_k \bar{x}_{k\beta}} \right)^{1 - \theta_j} \left(\frac{\omega_{j\beta}}{\omega_{k\beta}} \right)^{\theta_j}}$$

$$\Rightarrow \omega_{k\beta} \left(\frac{x_{k\beta}}{\bar{x}_{k\beta}} \right)^{\frac{\theta_k - 1}{\theta_k}} = \left(\frac{1}{A_i \bar{y}_i} \right)^{\frac{\theta_i - 1}{\theta_i}} \frac{(p_k \bar{x}_{k\beta})^{1 - \theta_k} \omega_{k\beta}^{\theta_k}}{\sum_{j=1}^{N+F} (p_j \bar{x}_{j\beta})^{1 - \theta_j} \omega_{j\beta}^{\theta_j}}$$

$$\omega_{k\beta} \left(\frac{x_{k\beta}}{\bar{x}_{k\beta}} \right)^{\frac{\theta_k - 1}{\theta_k}} = \left(\frac{1}{A_i \bar{y}_i} \right)^{\frac{\theta_i - 1}{\theta_i}} \frac{(p_k \bar{x}_{k\beta})^{1 - \theta_k} \omega_{k\beta}^{\theta_k}}{\sum_{j=1}^{N+F} (p_j \bar{x}_{j\beta})^{1 - \theta_j} \omega_{j\beta}^{\theta_j}}$$

$$\begin{aligned}
\Rightarrow \frac{x_{ki}}{\bar{x}_{ki}} &= \left(\frac{1}{A_i \bar{y}_i} \right) \frac{(p_k \bar{x}_{ki})^{-\theta_i} \omega_{ki}^{\theta_i}}{\left[\sum_{j=1}^{N+F} (p_j \bar{x}_{ji})^{1-\theta_i} \omega_{ji}^{\theta_i} \right]^{\frac{\theta_i}{\theta_i-1}}} \\
\kappa &= \frac{p_j}{A_i \bar{y}_i \left[\sum_{j=1}^{N+F} \omega_{ji} \left(\frac{x_{ji}}{\bar{x}_{ji}} \right)^{\frac{\theta_i-1}{\theta_i}} \right]^{\frac{1}{\theta_i-1}}} \omega_{ji} \left(\frac{x_{ji}}{\bar{x}_{ji}} \right)^{\frac{1}{\theta_i}} \frac{1}{x_{ji}} \\
&= \frac{p_j \bar{x}_{ji}}{(A_i \bar{y}_i)^{1-\frac{1}{\theta_i}} \omega_{ji} \left(\frac{x_{ji}}{\bar{x}_{ji}} \right)^{\frac{1}{\theta_i}}} = \frac{p_j \bar{x}_{ji}}{(A_i \bar{y}_i)^{1-\frac{1}{\theta_i}} \omega_{ji} \left(\frac{1}{A_i \bar{y}_i} \right)^{-\frac{1}{\theta_i}}} \frac{(p_j \bar{x}_{ji}) \omega_{ji}^{-1}}{\left[\sum_{j=1}^{N+F} (p_j \bar{x}_{ji})^{1-\theta_i} \omega_{ji}^{\theta_i} \right]^{\frac{-1}{\theta_i-1}}} \\
&= \frac{\left[\sum_{j=1}^{N+F} (p_j \bar{x}_{ji})^{1-\theta_i} \omega_{ji}^{\theta_i} \right]^{\frac{1}{1-\theta_i}}}{(A_i \bar{y}_i)} \\
\kappa &= \frac{\left[\sum_{j=1}^{N+F} (p_j \bar{x}_{ji})^{1-\theta_i} \omega_{ji}^{\theta_i} \right]^{\frac{1}{1-\theta_i}}}{(A_i \bar{y}_i)}
\end{aligned}$$

因此,可以得到: $p_i = \frac{\left[\sum_{j=1}^{N+F} (p_j \bar{x}_{ji})^{1-\theta_i} \omega_{ji}^{\theta_i} \right]^{\frac{1}{1-\theta_i}}}{(A_i \bar{y}_i)}$, 进而通过税收楔子加成后,可以得到生产部门 i 的价格为:

$$p_i = \frac{T_i}{(A_i \bar{y}_i)} \left[\sum_{j=1}^{N+F} (p_j \bar{x}_{ji})^{1-\theta_i} \omega_{ji}^{\theta_i} \right]^{\frac{1}{1-\theta_i}} \quad (\text{F-7})$$

该式是 CES 标准模型框架下的价格关系,对其微分得到是技术水平和税收楔子的冲击引起的价格传递方式。

$$\begin{aligned}
\log p_i &= \log T_i - \log A_i - \log \bar{y}_i + \frac{1}{1-\theta_i} \log \left[\sum_{j=1}^{N+F} (p_j \bar{x}_{ji})^{1-\theta_i} \omega_{ji}^{\theta_i} \right] \\
\Rightarrow \frac{d \log p_i}{d \log A_k} &= -1 (i=k) + \sum_{j=1}^{N+F} \frac{(p_j \bar{x}_{ji})^{1-\theta_i} \omega_{ji}^{\theta_i}}{\left[\sum_{h=1}^{N+F} (p_h \bar{x}_{hi})^{1-\theta_i} \omega_{hi}^{\theta_i} \right]} \frac{d \log p_j}{d \log A_k} \\
\frac{d \log p_i}{d \log T_k} &= 1 (i=k) + \sum_{j=1}^{N+F} \frac{(p_j \bar{x}_{ji})^{1-\theta_i} \omega_{ji}^{\theta_i}}{\left[\sum_{h=1}^{N+F} (p_h \bar{x}_{hi})^{1-\theta_i} \omega_{hi}^{\theta_i} \right]} \frac{d \log p_j}{d \log T_k}
\end{aligned}$$

因为

$$\begin{aligned}
\frac{p_i x_{ki}}{\kappa} &= \frac{1}{(A_i \bar{y}_i)} \frac{(p_k \bar{x}_{ki})^{1-\theta_i} \omega_{ki}^{\theta_i}}{\left[\sum_{j=1}^{N+F} (p_j \bar{x}_{ji})^{1-\theta_i} \omega_{ji}^{\theta_i} \right]^{\frac{\theta_i}{\theta_i-1}}} \frac{1}{\kappa} \\
&= \frac{1}{(A_i \bar{y}_i)} \frac{(p_k \bar{x}_{ki})^{1-\theta_i} \omega_{ki}^{\theta_i}}{\left[\sum_{j=1}^{N+F} (p_j \bar{x}_{ji})^{1-\theta_i} \omega_{ji}^{\theta_i} \right]^{\frac{\theta_i}{\theta_i-1}}} \frac{1}{\left[\sum_{j=1}^{N+F} (p_j \bar{x}_{ji})^{1-\theta_i} \omega_{ji}^{\theta_i} \right]^{\frac{1}{1-\theta_i}}} \\
&= \frac{(p_k \bar{x}_{ki})^{1-\theta_i} \omega_{ki}^{\theta_i}}{\sum_{j=1}^{N+F} (p_j \bar{x}_{ji})^{1-\theta_i} \omega_{ji}^{\theta_i}} = \tilde{\Omega}_{ki}
\end{aligned}$$

所以

$$\begin{aligned}
\frac{d \log p_i}{d \log A_k} &= -1 (i=k) + \sum_{j=1}^{N+F} \tilde{\Omega}_{ji} \frac{d \log p_j}{d \log A_k} \\
\frac{d \log p_i}{d \log T_k} &= 1 (i=k) + \sum_{j=1}^{N+F} \tilde{\Omega}_{ji} \frac{d \log p_j}{d \log T_k}
\end{aligned} \quad (\text{F-8})$$

当我们把产品和外生固定供给要素部门分开标记,即可得到:

$$\begin{aligned}\frac{d \log p_i}{d \log A_k} &= -1(i=k) + \sum_{j=1}^N \tilde{\Omega}_j \frac{d \log p_j}{d \log A_k} + \sum_{j=N+1}^{N+F} \tilde{\Omega}_j \frac{d \log w_j}{d \log A_k} \\ \frac{d \log p_i}{d \log T_k} &= 1(i=k) + \sum_{j=1}^N \tilde{\Omega}_j \frac{d \log p_j}{d \log T_k} + \sum_{j=N+1}^{N+F} \tilde{\Omega}_j \frac{d \log w_j}{d \log T_k}\end{aligned}\quad (\text{F-8a})$$

写成矩阵的形式可以得到：

$$\begin{aligned}\frac{d \log p_{N \times 1}}{d \log A_k} &= -\tilde{\Psi}_0^T e_k + \tilde{\Psi}_0^T \tilde{\alpha}_F^T \frac{d \log w_{F \times 1}}{d \log A_k} \\ \frac{d \log p_{N \times 1}}{d \log T_k} &= \tilde{\Psi}_0^T e_k + \tilde{\Psi}_0^T \tilde{\alpha}_F^T \frac{d \log w_{F \times 1}}{d \log T_k}\end{aligned}\quad (\text{F-8b})$$

其中，令 $\tilde{\alpha}_F \equiv (\tilde{\Omega})_{((N+1:N+F],[1:N])}$ ； e_k 为第 k 的元素为 1，其他都为 0 的列向量。这里 $\tilde{\Psi}_0^T \tilde{\alpha}_F^T = (I - \tilde{\Omega}_0)^{-T} \tilde{\alpha}_F^T = \left((\tilde{\Psi}_1)_{((N+1:N+F],[1:N])} \right)^T$ 。对应元素的形式为：

$$\begin{aligned}\frac{d \log p_i}{d \log A_k} &= -(\tilde{\Psi}_1)_{ki} + \sum_{j=N+1}^{N+F} (\tilde{\Psi}_1)_{ji} \frac{d \log w_j}{d \log A_k} \\ \frac{d \log p_i}{d \log T_k} &= (\tilde{\Psi}_1)_{ki} + \sum_{j=N+1}^{N+F} (\tilde{\Psi}_1)_{ji} \frac{d \log w_j}{d \log T_k}\end{aligned}\quad (\text{F-8c})$$

其中， $i, k \in \{1, 2, \dots, N\}$ 。这个价格方程的表达式可以把外生固定供给要素价格也包括进来，令 $p_f = w_f, f \in \{N+1, \dots, N+F\}$ ，因此，可以得到：

$$\begin{aligned}\frac{d \log p_{(N+F) \times 1}}{d \log A_k} &= -\tilde{\Psi}_1^T e_k + (\tilde{\Psi}_1^T)_{((N+1:N+F],[1:N+F])} \frac{d \log w_{F \times 1}}{d \log A_k} \\ \frac{d \log p_{(N+F) \times 1}}{d \log T_k} &= \tilde{\Psi}_1^T e_k + (\tilde{\Psi}_1^T)_{((N+1:N+F],[1:N+F])} \frac{d \log w_{F \times 1}}{d \log T_k}\end{aligned}\quad (\text{F-8d})$$

其中， $k \in \{1, 2, \dots, N\}$ ，很明显的看出，最广义的 Leontief 逆矩阵中的第 k 行第 i 列的元素 $(\tilde{\Psi}_1)_{ki}$ 表示技术冲击 A_k 对部门 i 的价格影响大小。实际上，这与从成本推动型的价格模型来理解经典 Leontief 逆矩阵中元素的含义是一致的。在经典投入产出模型中，一方面，从最终需求拉动的视角，来理解 Leontief 矩阵的元素 $\tilde{\Psi}_y$ ，即 j 部门的最终需求外生增加 1 单位，将拉动 i 部门的 $\tilde{\Psi}_y$ 单位价值；另一方面，从成本推动型的价格模型视角来理解， $\tilde{\Psi}_y$ 表示 i 部门的价格外生提高 1% 后，通过投入产出网络结构，将推动 j 部门价格的变化率为 $\tilde{\Psi}_y\%$ 。

以上对外生固定供给要素部门对生产率和税收楔子求导，需要利用矩阵求导数的运算法则和符号。以下简要补充矩阵求导数知识。

$$\begin{aligned}C &= AB \Rightarrow \frac{\partial C}{\partial x_i} = \frac{\partial A}{\partial x_i} B + A \frac{\partial B}{\partial x_i} \\ I &= AB = AA^{-1} \Rightarrow 0 = \frac{\partial A}{\partial x_i} B + A \frac{\partial B}{\partial x_i} = 0 \\ &\Rightarrow \frac{\partial A}{\partial x_i} B = -A \frac{\partial B}{\partial x_i} \Rightarrow \frac{\partial B}{\partial x_i} = -B \frac{\partial A}{\partial x_i} B \\ \frac{\partial A^{-1}}{\partial x_i} &= -A^{-1} \frac{\partial A}{\partial x_i} A^{-1}\end{aligned}$$

我们可知： $\frac{\partial (I - \Omega)^{-1}}{\partial \log A_k} = -(I - \Omega)^{-1} \frac{\partial (I - \Omega)}{\partial \log A_k} (I - \Omega)^{-1}$ 。

另一种方法推导方法，

$$\begin{aligned}(I - \Omega)^{-1} &= I + \Omega + \Omega^2 + \dots + \\ &\Rightarrow \frac{\partial (I - \Omega)^{-1}}{\partial \log A_k} = \frac{\partial \Omega}{\partial \log A_k} + \frac{\partial \Omega}{\partial \log A_k} \Omega + \Omega \frac{\partial \Omega}{\partial \log A_k} + \frac{\partial \Omega}{\partial \log A_k} \Omega^2 + \Omega \frac{\partial \Omega}{\partial \log A_k} \Omega + \Omega^2 \frac{\partial \Omega}{\partial \log A_k} + \dots \\ &= (I + \Omega + \Omega^2 + \dots) \frac{\partial \Omega}{\partial \log A_k} (I + \Omega + \Omega^2 + \dots) \\ &= (I - \Omega)^{-1} \frac{\partial \Omega}{\partial \log A_k} (I - \Omega)^{-1}\end{aligned}$$

由于 $\Lambda_{F \times 1} = \left((I - \Omega_1)^{-1} b_{(N+F) \times 1} \right)_{((N+1:N+F],[1:N])} = \alpha_F (I - \Omega_0)^{-1} b_{N \times 1} = (\Psi_1)_{((N+1:N+F],[1:N])} b_{N \times 1}$ ，其中取 $\alpha_F \equiv (\Omega_1)_{((N+1:N+F],[1:N])}$ 。

$$\begin{aligned}\lambda_{(N+F) \times 1} &= \Psi_1 b_{(N+F) \times 1} = (I - \Omega_1)^{-1} b_{(N+F) \times 1} \\ &\Rightarrow \frac{\partial \lambda_{(N+F) \times 1}}{\partial \log A_k} = (I - \Omega_1)^{-1} \frac{\partial \Omega_1}{\partial \log A_k} (I - \Omega_1)^{-1} b_{(N+F) \times 1} + (I - \Omega_1)^{-1} \frac{\partial b_{(N+F) \times 1}}{\partial \log A_k} \\ &= (I - \Omega_1)^{-1} \frac{\partial \Omega_1}{\partial \log A_k} \lambda_{(N+F) \times 1} + (I - \Omega_1)^{-1} \frac{\partial b_{(N+F) \times 1}}{\partial \log A_k}\end{aligned}\quad (\text{F-9})$$

写成分开矩阵的形式，可以得到：

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial \lambda_{N \times 1}}{\partial \log A_k} \\ \frac{\partial \Lambda_{F \times 1}}{\partial \log A_k} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Psi_0 & 0_{N \times F} \\ \alpha_F \Psi_0 & I_{F \times F} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial \Omega_0}{\partial \log A_k} & 0_{N \times F} \\ \frac{\partial \alpha_F}{\partial \log A_k} & 0_{F \times F} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_{N \times 1} \\ \Lambda_{F \times 1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Psi_0 & 0_{N \times F} \\ \alpha_F \Psi_0 & I_{F \times F} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial b_{N \times 1}}{\partial \log A_k} \\ 0_{F \times 1} \end{bmatrix}\quad (\text{F-9a})$$

以上,需要计算广义消耗系数矩阵对技术水平变量的偏导数。由 CES 函数成本最小化,我们得到:

$$\begin{aligned} \frac{x_{ki}}{x_i} &= \frac{1}{(A_i \bar{y}_i)} \frac{(p_k \bar{x}_{ki})^{-\theta_i} \omega_{ki}^{\theta_i}}{\left[\sum_{j=1}^{N+F} (p_j \bar{x}_{kj})^{1-\theta_i} \omega_{kj}^{\theta_i} \right]^{\frac{\theta_i}{\theta_i-1}}} \\ \kappa &= \frac{\left[\sum_{j=1}^{N+F} (p_j \bar{x}_{kj})^{1-\theta_i} \omega_{kj}^{\theta_i} \right]^{\frac{1}{1-\theta_i}}}{(A_i \bar{y}_i)} = p c_i \\ \frac{p_k x_{ki}}{\kappa} &= \frac{1}{(A_i \bar{y}_i)} \frac{(p_k \bar{x}_{ki})^{-\theta_i} \omega_{ki}^{\theta_i}}{\left[\sum_{j=1}^{N+F} (p_j \bar{x}_{kj})^{1-\theta_i} \omega_{kj}^{\theta_i} \right]^{\frac{\theta_i}{\theta_i-1}}} \frac{1}{\kappa} \\ &= \frac{1}{(A_i \bar{y}_i)} \frac{(p_k \bar{x}_{ki})^{-\theta_i} \omega_{ki}^{\theta_i}}{\left[\sum_{j=1}^{N+F} (p_j \bar{x}_{kj})^{1-\theta_i} \omega_{kj}^{\theta_i} \right]^{\frac{\theta_i}{\theta_i-1}}} \frac{1}{\left[\sum_{j=1}^{N+F} (p_j \bar{x}_{kj})^{1-\theta_i} \omega_{kj}^{\theta_i} \right]^{\frac{1}{1-\theta_i}}} \\ &= \frac{(p_k \bar{x}_{ki})^{1-\theta_i} \omega_{ki}^{\theta_i}}{\sum_{j=1}^{N+F} (p_j \bar{x}_{kj})^{1-\theta_i} \omega_{kj}^{\theta_i}} = \tilde{\Omega}_{ki} \end{aligned}$$

对于最终需求总产出的 CES 函数形式,我们可以假设 $T_0=0$ (对最终需求总产出没有税收楔子, $\lambda_0=1, A_0=1$)。于是我们可得到:

$$\begin{aligned} \Omega_{i0} = \tilde{\Omega}_{i0} = b_i &= \frac{(p_i \bar{y}_i)^{1-\theta_0} \omega_{i0}^{\theta_0}}{\sum_{j=1}^N (p_j \bar{y}_j)^{1-\theta_0} \omega_{j0}^{\theta_0}} \Rightarrow \\ \frac{\partial b_i}{\partial \log A_k} &= \frac{(1-\theta_0) p_i^{1-\theta_0} \bar{y}_i^{-\theta_0} \omega_{i0}^{\theta_0} \frac{\partial \log p_i}{\partial \log A_k} \left[\sum_{j=1}^N (p_j \bar{y}_j)^{1-\theta_0} \omega_{j0}^{\theta_0} \right] - (p_i \bar{y}_i)^{1-\theta_0} \omega_{i0}^{\theta_0} \left[(1-\theta_0) \sum_{j=1}^N (p_j \bar{y}_j)^{1-\theta_0} \omega_{j0}^{\theta_0} \frac{\partial \log p_j}{\partial \log A_k} \right]}{\left[\sum_{j=1}^N (p_j \bar{y}_j)^{1-\theta_0} \omega_{j0}^{\theta_0} \right]^2} \\ &= b_i (1-\theta_0) \frac{\partial \log p_i}{\partial \log A_k} - b_i (1-\theta_0) \sum_{j=1}^N b_j \frac{\partial \log p_j}{\partial \log A_k} \\ &= b_i (1-\theta_0) \frac{\partial \log p_i}{\partial \log A_k} \end{aligned}$$

上面推导过程中,最后一步,由于最终需求总产出的产品的价格设定为 1, $p_0=1$, 或者价格齐次性,可以得到 $\sum_{j=1}^N b_j \frac{\partial \log p_j}{\partial \log A_k} = 0$ 。这样对任何 $k \in \{1, 2, N, \dots, N+F\}$

$$\frac{\partial b_i}{\partial \log A_k} = \begin{cases} b_i (1-\theta_0) \frac{\partial \log p_i}{\partial \log A_k}, \forall i \in \{1, 2, \dots, N\} \\ 0 \end{cases} \quad (\text{F-10})$$

同理可得:

$$\frac{\partial b_i}{\partial \log T_k} = \begin{cases} b_i (1-\theta_0) \frac{\partial \log p_i}{\partial \log T_k}, \forall i \in \{1, 2, \dots, N\} \\ 0 \end{cases} \quad (\text{F-10a})$$

写成矩阵的形式:

$$\begin{aligned} \frac{\partial b_{(N+F) \times 1}}{\partial \log A_k} &= (1-\theta_0) \text{diag}(b_{(N+F) \times 1}) \frac{\partial p_{(N+F) \times 1}}{\partial \log A_k} \\ \frac{\partial b_{(N+F) \times 1}}{\partial \log T_k} &= (1-\theta_0) \text{diag}(b_{(N+F) \times 1}) \frac{\partial p_{(N+F) \times 1}}{\partial \log T_k} \end{aligned} \quad (\text{F-10b})$$

最好分开写到 N , 由于最终需求对要素没有直接需求, 所以

$$\begin{aligned} \frac{\partial b_{N \times 1}}{\partial \log A_k} &= (1-\theta_0) \text{diag}(b_{N \times 1}) \frac{\partial p_{N \times 1}}{\partial \log A_k} \\ \frac{\partial b_{N \times 1}}{\partial \log T_k} &= (1-\theta_0) \text{diag}(b_{N \times 1}) \frac{\partial p_{N \times 1}}{\partial \log T_k} \end{aligned} \quad (\text{F-10c})$$

以下我们求基于成本和基于收入的直接消耗系数的偏导数。

$$\begin{aligned}\tilde{\Omega}_j &= \frac{(p_j \bar{x}_j)^{1-\theta_j} \omega_j^{\theta_j}}{\sum_{h=1}^{N+F} (p_h \bar{x}_{hi})^{1-\theta_j} \omega_{hi}^{\theta_j}} \\ \Rightarrow \frac{\partial \tilde{\Omega}_j}{\partial \log A_k} &= (1-\theta_j) \tilde{\Omega}_j \frac{\partial \log p_j}{\partial \log A_k} - (1-\theta_j) \tilde{\Omega}_j \sum_{h=1}^{N+F} \tilde{\Omega}_{hi} \frac{\partial \log p_h}{\partial \log A_k}\end{aligned}\quad (\text{F-11})$$

$$\begin{aligned}&= (1-\theta_j) \tilde{\Omega}_j \frac{\partial \log p_j}{\partial \log A_k} - (1-\theta_j) \tilde{\Omega}_j \left(\frac{\partial \log p_i}{\partial \log A_k} + 1\{i=k\} \right) \\ \Omega_{ki} &= \frac{(p_k \bar{x}_{ki})^{1-\theta_i} \omega_{ki}^{\theta_i}}{T_i \left[\sum_{j=1}^{N+F} (p_j \bar{x}_j)^{1-\theta_i} \omega_j^{\theta_i} \right]} \\ \Rightarrow \frac{\partial \Omega_{ki}}{\partial \log A_k} &= (1-\theta_i) \Omega_{ki} \frac{\partial \log p_j}{\partial \log A_k} - (1-\theta_i) \Omega_{ki} \sum_{h=1}^{N+F} \tilde{\Omega}_{hi} \frac{\partial \log p_h}{\partial \log A_k} \\ &= (1-\theta_i) \Omega_{ki} \frac{\partial \log p_j}{\partial \log A_k} - (1-\theta_i) \Omega_{ki} \left(\frac{\partial \log p_i}{\partial \log A_k} + 1\{i=k\} \right)\end{aligned}\quad (\text{F-12})$$

这里利用了以下等式：

$$\begin{aligned}p_i &= T_i p c_i = T_i \frac{\left[\sum_{h=1}^{N+F} (p_h \bar{x}_{hi})^{1-\theta_i} \omega_{hi}^{\theta_i} \right]^{\frac{1}{1-\theta_i}}}{(A_i \bar{y}_i)} \\ \Rightarrow \log p_i &= \frac{1}{1-\theta_i} \log \left[\sum_{h=1}^{N+F} (p_h \bar{x}_{hi})^{1-\theta_i} \omega_{hi}^{\theta_i} \right] - \log A_i - \log \bar{y}_i + \log T_i \\ \Rightarrow \frac{\partial \log p_i}{\partial \log A_k} &= \sum_{h=1}^{N+F} \frac{(p_h \bar{x}_{hi})^{1-\theta_i} \omega_{hi}^{\theta_i}}{\left[\sum_{h=1}^{N+F} (p_h \bar{x}_{hi})^{1-\theta_i} \omega_{hi}^{\theta_i} \right]} \frac{\partial \log p_h}{\partial \log A_k} - 1\{i=k\} = \sum_{h=1}^{N+F} \tilde{\Omega}_{hi} \frac{\partial \log p_h}{\partial \log A_k} - 1\{i=k\}\end{aligned}$$

同理可以推导对税收楔子的偏导数。

$$\begin{aligned}\tilde{\Omega}_j &= \frac{(p_j \bar{x}_j)^{1-\theta_j} \omega_j^{\theta_j}}{\left[\sum_{h=1}^{N+F} (p_h \bar{x}_{hi})^{1-\theta_j} \omega_{hi}^{\theta_j} \right]} \Rightarrow \frac{\partial \tilde{\Omega}_j}{\partial \log T_k} = (1-\theta_j) \tilde{\Omega}_j \frac{\partial \log p_j}{\log T_k} - (1-\theta_j) \tilde{\Omega}_j \sum_{h=1}^{N+F} \tilde{\Omega}_{hi} \frac{\partial \log p_h}{\partial \log T_k} \\ &= (1-\theta_j) \tilde{\Omega}_j \frac{\partial \log p_j}{\partial \log T_k} - (1-\theta_j) \tilde{\Omega}_j \left(\frac{\partial \log p_i}{\partial \log T_k} - 1\{i=k\} \right)\end{aligned}\quad (\text{F-11a})$$

$$\begin{aligned}\Omega_j &= \frac{(p_j \bar{x}_j)^{1-\theta_j} \omega_j^{\theta_j}}{T_j \left[\sum_{h=1}^{N+F} (p_h \bar{x}_{hi})^{1-\theta_j} \omega_{hi}^{\theta_j} \right]} \Rightarrow \\ \frac{\partial \Omega_j}{\log T_k} &= (1-\theta_j) \Omega_j \frac{\partial \log p_j}{\partial \log T_k} - (1-\theta_j) \Omega_j \sum_{h=1}^{N+F} \tilde{\Omega}_{hi} \frac{\partial \log p_h}{\partial \log T_k} - \Omega_j 1\{i=k\} \\ &= (1-\theta_j) \Omega_j \frac{\partial \log p_j}{\partial \log T_k} - (1-\theta_j) \Omega_j \left(\frac{\partial \log p_i}{\partial \log T_k} - 1\{i=k\} - \Omega_j 1\{i=k\} \right) \\ &= (1-\theta_j) \Omega_j \frac{\partial \log p_j}{\partial \log T_k} - (1-\theta_j) \Omega_j \frac{\partial \log p_i}{\partial \log T_k} - \theta_j \Omega_j 1\{i=k\}\end{aligned}\quad (\text{F-12a})$$

这里利用了以下等式：

$$\begin{aligned}\log p_i &= \frac{1}{1-\theta_i} \log \left[\sum_{h=1}^{N+F} (p_h \bar{x}_{hi})^{1-\theta_i} \omega_{hi}^{\theta_i} \right] - \log A_i - \log \bar{y}_i + \log T_i \\ \Rightarrow \frac{\partial \log p_i}{\partial \log T_k} &= \sum_{h=1}^{N+F} \frac{(p_h \bar{x}_{hi})^{1-\theta_i} \omega_{hi}^{\theta_i}}{\left[\sum_{h=1}^{N+F} (p_h \bar{x}_{hi})^{1-\theta_i} \omega_{hi}^{\theta_i} \right]} \frac{\partial \log p_h}{\partial \log T_k} + 1\{i=k\} \\ &= \sum_{h=1}^{N+F} \tilde{\Omega}_{hi} \frac{\partial \log p_h}{\partial \log T_k} + 1\{i=k\}\end{aligned}$$

以下我们具体证明命题2。

$$\begin{aligned}\frac{d\Lambda_f}{d \log A_k} &= \frac{d \left[(\alpha_f)_f (I - \Omega_0)^{-1} b_{N \times 1} \right]}{\partial \log A_k} \\ &= \underbrace{(\Psi_1)_{(f|1:N)}}_{\tau_1} \frac{db_{N \times 1}}{\partial \log A_k} + \underbrace{(\Psi_1)_{(f|1:N)}}_{\tau_2} \frac{\partial \Omega_0}{\partial \log A_k} \lambda_{N \times 1} + \underbrace{d(\alpha_f)_f}_{\tau_3} \lambda_{N \times 1} \\ &= \underbrace{(\Psi_1)_{(f|1:N)}}_{\tau_1} \frac{db_{N \times 1}}{\partial \log A_k} + \underbrace{(\Psi_1)_{(f|1:N)}}_{\tau_2} \frac{\partial \Omega_0}{\partial \log A_k} \lambda_{N \times 1} + \underbrace{d(\alpha_f)_f}_{\tau_3} \lambda_{N \times 1}\end{aligned}\quad (\text{F-13})$$

$$\begin{aligned}
TC_1 &= (\Psi_1)_{(j \in \{1:N\})} \frac{db_{N \times 1}}{\partial \log A_k} = (\Psi_1)_{(j \in \{1:N\})} (1 - \theta_0) \text{diag}(b_{N \times 1}) \frac{\partial p_{N \times 1}}{\partial \log A_k} \\
&= (1 - \theta_0) \sum_{i=1}^N b_i(\Psi_1)_{\beta} \frac{\partial p_i}{\partial \log A_k} \\
&= -(1 - \theta_0) \sum_{i=1}^N b_i(\Psi_1)_{\beta} \left[(\tilde{\Psi}_1)_{ki} - \sum_{g=N+1}^{N+F} (\tilde{\Psi}_1)_{gi} \frac{\partial \log w_g}{\partial \log A_k} \right] \\
&= -(1 - \theta_0) \left\{ \sum_{i=1}^{N+F} b_i(\Psi_1)_{\beta} \left[(\tilde{\Psi}_1)_{ki} - \sum_{g=N+1}^{N+F} (\tilde{\Psi}_1)_{gi} \frac{\partial \log w_g}{\partial \log A_k} \right] \right\} \\
&= -(1 - \theta_0) \text{Cov}_{v_{(N, N+F)}} \left((\Psi_1)_{j \cdot}, \left[(\tilde{\Psi}_1)_{k \cdot} - \sum_{g=N+1}^{N+F} (\tilde{\Psi}_1)_{g \cdot} \frac{\partial \log w_g}{\partial \log A_k} \right] \right) \\
&\quad - (1 - \theta_0) \sum_{i=1}^{N+F} b_i(\Psi_1)_{\beta} \sum_{j=1}^N b_j \left[(\tilde{\Psi}_1)_{ki} - \sum_{g=N+1}^{N+F} (\tilde{\Psi}_1)_{gi} \frac{\partial \log w_g}{\partial \log A_k} \right] \\
&= -(1 - \theta_0) \left\{ \text{Cov}_{v_{(N, N+F)}} \left((\Psi_1)_{j \cdot}, \left[(\tilde{\Psi}_1)_{k \cdot} - \sum_{g=N+1}^{N+F} (\tilde{\Psi}_1)_{g \cdot} \frac{\partial \log w_g}{\partial \log A_k} \right] \right) + \Lambda_j \left(\tilde{\lambda}_k - \sum_{g=N+1}^{N+F} \tilde{\lambda}_g \frac{\partial \log w_g}{\partial \log A_k} \right) \right\}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
TC_2 &= (\Psi_1)_{(j \in \{1:N\})} \frac{d\Omega_0}{\partial \log A_k} \lambda_{N \times 1} = \sum_{i=1}^N (\Psi_1)_{\beta} \sum_{j=1}^N \frac{\partial(\Omega_0)_{ij}}{\partial \log A_k} \lambda_j \\
&= \sum_{i=1}^N (\Psi_1)_{\beta} \sum_{j=1}^N \left[(1 - \theta_j) (\Omega_0)_{ij} \frac{\partial \log p_i}{\partial \log A_k} - (1 - \theta_j) (\Omega_0)_{ij} \left(\frac{\partial \log p_j}{\partial \log A_k} + 1 \{i=k\} \right) \right] \lambda_j \\
&= \sum_{i=1}^N (1 - \theta_i) \lambda_i \sum_{j=1}^N (\Psi_1)_{\beta} \left[(\Omega_0)_{ij} \frac{\partial \log p_i}{\partial \log A_k} - (\Omega_0)_{ij} \left(\frac{\partial \log p_j}{\partial \log A_k} + 1 \{i=k\} \right) \right] \\
&= \sum_{j=1}^N (1 - \theta_j) \lambda_j \sum_{i=1}^N (\Psi_1)_{\beta} (\Omega_0)_{ij} \left[-(\tilde{\Psi}_1)_{ki} + \sum_{g=N+1}^{N+F} (\tilde{\Psi}_1)_{gi} \frac{\partial \log w_g}{\partial \log A_k} - \left(-(\tilde{\Psi}_1)_{kj} + \sum_{g=N+1}^{N+F} (\tilde{\Psi}_1)_{gi} \frac{\partial \log w_g}{\partial \log A_k} + 1 \{j=k\} \right) \right] \\
&= \sum_{j=1}^N (1 - \theta_j) \lambda_j \sum_{i=1}^N (\Psi_1)_{\beta} (\Omega_0)_{ij} \left[(\tilde{\Psi}_1)_{kj} - (\tilde{\Psi}_1)_{ki} - \sum_{g=N+1}^{N+F} \left((\tilde{\Psi}_1)_{gi} - (\tilde{\Psi}_1)_{gi} \right) \frac{\partial \log w_g}{\partial \log A_k} - 1 \{j=k\} \right] \\
&= \sum_{j=1}^{N+F} (1 - \theta_j) \lambda_j \sum_{i=1}^N (\Psi_1)_{\beta} (\Omega_0)_{ij} \left[(\tilde{\Psi}_1)_{kj} - (\tilde{\Psi}_1)_{ki} - \sum_{g=N+1}^{N+F} \left((\tilde{\Psi}_1)_{gi} - (\tilde{\Psi}_1)_{gi} \right) \frac{\partial \log w_g}{\partial \log A_k} - 1 \{j=k\} \right] \\
&= \sum_{j=1}^N (1 - \theta_j) \frac{\lambda_j}{T_j} \sum_{i=1}^N (\Psi_1)_{\beta} (\tilde{\Omega}_0)_{ij} \left[(\tilde{\Psi}_1)_{kj} - (\tilde{\Psi}_1)_{ki} - \sum_{g=N+1}^{N+F} \left((\tilde{\Psi}_1)_{gi} - (\tilde{\Psi}_1)_{gi} \right) \frac{\partial \log w_g}{\partial \log A_k} - 1 \{j=k\} \right] \\
&= \sum_{j=1}^N (1 - \theta_j) \frac{\lambda_j}{T_j} \sum_{i=1}^N (\Psi_1)_{\beta} (\tilde{\Omega}_0)_{ij} \left[(\tilde{\Psi}_1)_{kj} - (\tilde{\Psi}_0)_{ki} - \sum_{g=N+1}^{N+F} \left((\tilde{\Psi}_1)_{gi} - (\tilde{\Psi}_1)_{gi} \right) \frac{\partial \log w_g}{\partial \log A_k} \right] - (1 - \theta_k) \frac{\lambda_k}{T_k} \sum_{i=1}^N (\Psi_1)_{\beta} (\tilde{\Omega}_0)_{ik}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
TC_3 &= \frac{d(\alpha_f)}{\partial \log A_k} \lambda_{N \times 1} \\
&= \sum_{j=1}^N (1 - \theta_j) \frac{\lambda_j}{T_j} (\tilde{\Omega}_1)_{\beta} \left[-(\tilde{\Psi}_1)_{kj} + \sum_{g=N+1}^{N+F} (\tilde{\Psi}_1)_{gi} \frac{\partial \log w_g}{\partial \log A_k} - \left(-(\tilde{\Psi}_1)_{kj} + \sum_{g=N+1}^{N+F} (\tilde{\Psi}_1)_{gi} \frac{\partial \log w_g}{\partial \log A_k} + 1 \{j=k\} \right) \right] \\
&= \sum_{j=1}^N (1 - \theta_j) \frac{\lambda_j}{T_j} \sum_{i=N+1}^{N+F} (\tilde{\Psi}_1)_{ij} (\tilde{\Omega}_1)_{\beta} \left[-(\tilde{\Psi}_1)_{ki} + \sum_{g=N+1}^{N+F} (\tilde{\Psi}_1)_{gi} \frac{\partial \log w_g}{\partial \log A_k} - \left(-(\tilde{\Psi}_1)_{kj} + \sum_{g=N+1}^{N+F} (\tilde{\Psi}_1)_{gi} \frac{\partial \log w_g}{\partial \log A_k} + 1 \{j=k\} \right) \right] \\
&= \sum_{j=1}^N (1 - \theta_j) \frac{\lambda_j}{T_j} \sum_{i=N+1}^{N+F} (\tilde{\Psi}_1)_{ij} (\tilde{\Omega}_1)_{\beta} \left[(\tilde{\Psi}_1)_{ki} - (\tilde{\Psi}_1)_{ki} + \sum_{g=N+1}^{N+F} (\tilde{\Psi}_1)_{gi} \frac{\partial \log w_g}{\partial \log A_k} - \sum_{g=N+1}^{N+F} (\tilde{\Psi}_1)_{gi} \frac{\partial \log w_g}{\partial \log A_k} \right] + (1 - \theta_k) \frac{\lambda_k}{T_k} \sum_{i=N+1}^{N+F} (\tilde{\Psi}_1)_{i \cdot} (\tilde{\Omega}_1)_{\beta}
\end{aligned}$$

以上利用 $\tilde{\alpha}_{\beta} = \tilde{\Omega}_{\beta} = \sum_{i=N+1}^{N+F} \tilde{\Omega}_{ij} \tilde{\Psi}_{\beta} = \sum_{i=N+1}^{N+F} \tilde{\Psi}_{\beta} \tilde{\Omega}_{ij}$ 和 $\tilde{\Psi}_{jj} = 1, \tilde{\Psi}_{fg} = 0 (f \neq g), f, g \in (N+1, \dots, N+F)$ 。于是得到：

$$\begin{aligned}
TC_2 + TC_3 &= -(1 - \theta_k) \frac{\lambda_k}{T_k} \sum_{i=N+1}^{N+F} (\Psi_1)_{\beta} (\tilde{\Omega}_1)_{ik} + \sum_{j=1}^N (1 - \theta_j) \frac{\lambda_j}{T_j} \sum_{i=1}^{N+F} (\Psi_1)_{\beta} (\tilde{\Omega}_1)_{ij} \left[(\tilde{\Psi}_1)_{kj} - (\tilde{\Psi}_1)_{ki} - \sum_{g=N+1}^{N+F} \left((\tilde{\Psi}_1)_{gi} - (\tilde{\Psi}_1)_{gi} \right) \frac{\partial \log w_g}{\partial \log A_k} \right] \\
&= -(1 - \theta_k) \frac{\lambda_k}{T_k} \sum_{i=N+1}^{N+F} (\Psi_1)_{\beta} (\tilde{\Omega}_1)_{ik} + \sum_{j=1}^N (1 - \theta_j) \frac{\lambda_j}{T_j} \sum_{i=1}^{N+F} (\tilde{\Omega}_1)_{ij} \left[(\tilde{\Psi}_1)_{kj} (\Psi_1)_{\beta} - (\tilde{\Psi}_1)_{ki} (\Psi_1)_{\beta} - \sum_{g=N+1}^{N+F} \left((\tilde{\Psi}_1)_{gi} (\Psi_1)_{\beta} - (\tilde{\Psi}_1)_{gi} (\Psi_1)_{\beta} \right) \frac{\partial \log w_g}{\partial \log A_k} \right] \\
&= -(1 - \theta_k) \frac{\lambda_k}{T_k} \sum_{i=1}^{N+F} (\Psi_1)_{\beta} (\tilde{\Omega}_1)_{ik} + \sum_{j=1}^N (1 - \theta_j) \frac{\lambda_j}{T_j} \sum_{i=1}^{N+F} (\tilde{\Omega}_1)_{ij} \left[(\tilde{\Psi}_1)_{kj} (\Psi_1)_{\beta} - (\tilde{\Psi}_1)_{ki} (\Psi_1)_{\beta} \right] \\
&\quad - \sum_{j=1}^N (1 - \theta_j) \frac{\lambda_j}{T_j} \sum_{i=1}^{N+F} (\tilde{\Omega}_1)_{ij} \sum_{g=N+1}^{N+F} \left((\tilde{\Psi}_1)_{gi} (\Psi_1)_{\beta} - (\tilde{\Psi}_1)_{gi} (\Psi_1)_{\beta} \right) \frac{\partial \log w_g}{\partial \log A_k} \\
&= -(1 - \theta_k) \frac{\lambda_k}{T_k} \sum_{i=1}^{N+F} (\Psi_1)_{\beta} (\tilde{\Omega}_1)_{ik} + \sum_{j=1}^N (1 - \theta_j) \frac{\lambda_j}{T_j} \sum_{i=1}^{N+F} (\tilde{\Omega}_1)_{ij} \left[\sum_{h=1}^{N+F} \left((\tilde{\Psi}_1)_{kh} (\tilde{\Omega}_1)_{hj} (\Psi_1)_{\beta} - (\tilde{\Psi}_1)_{ki} (\Psi_1)_{\beta} \right) + 1 \{j=k\} (\Psi_1)_{\beta} \right] \\
&\quad - \sum_{j=1}^N (1 - \theta_j) \frac{\lambda_j}{T_j} \sum_{i=1}^{N+F} (\tilde{\Omega}_1)_{ij} \sum_{g=N+1}^{N+F} \left(\sum_{h=1}^{N+F} \left((\tilde{\Psi}_1)_{gh} (\tilde{\Omega}_1)_{hj} (\Psi_1)_{\beta} - (\tilde{\Psi}_1)_{gi} (\Psi_1)_{\beta} \right) + 1 \{j=g\} (\Psi_1)_{\beta} \right) \frac{\partial \log w_g}{\partial \log A_k}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= -(1-\theta_k) \frac{\lambda_k}{T_k} \sum_{i=1}^{N+F} (\Psi_i)_f (\tilde{\Omega}_i)_{ik} - \sum_{j=1}^N (1-\theta_j) \frac{\lambda_j}{T_j} Cov_{(\tilde{\Omega}_i)_j} \left((\Psi_i)_f, (\tilde{\Psi}_i)_k \right) + (1-\theta_k) \frac{\lambda_k}{T_k} \sum_{i=1}^{N+F} (\tilde{\Omega}_i)_{ik} (\Psi_i)_f \\
&+ \sum_{j=1}^N (1-\theta_j) \frac{\lambda_j}{T_j} Cov_{(\tilde{\Omega}_i)_j} \left((\Psi_i)_f, \sum_{g=N+1}^{N+F} (\tilde{\Psi}_i)_g \frac{\partial \log w_g}{\partial \log A_k} \right) - \sum_{i=1}^{N+F} (1-\theta_i) \frac{\lambda_i}{T_i} \sum_{j=1}^{N+F} (\tilde{\Omega}_i)_{ij} \sum_{g=N+1}^{N+F} 1\{j=g\} (\Psi_i)_f \frac{\partial \log w_g}{\partial \log A_k} \\
&= - \sum_{j=1}^N (1-\theta_j) \frac{\lambda_j}{T_j} Cov_{(\tilde{\Omega}_i)_j} \left((\Psi_i)_f, (\tilde{\Psi}_i)_k - \sum_{g=N+1}^{N+F} (\tilde{\Psi}_i)_g \frac{\partial \log w_g}{\partial \log A_k} \right)
\end{aligned}$$

由此可得：

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \Lambda_f}{\partial \log A_k} &= TC_1 + TC_2 + TC_3 = -(1-\theta_0) \Lambda_f \left(\tilde{\lambda}_k - \sum_{g=N+1}^{N+F} \tilde{\lambda}_g \frac{\partial \log w_g}{\partial \log A_k} \right) - (1-\theta_0) Cov_{b_{(N+F) \times 1}} \left((\Psi_i)_f, \left[(\tilde{\Psi}_i)_k - \sum_{g=N+1}^{N+F} (\tilde{\Psi}_i)_g \frac{\partial \log w_g}{\partial \log A_k} \right] \right) \\
&- \sum_{j=1}^N (1-\theta_j) \frac{\lambda_j}{T_j} Cov_{(\tilde{\Omega}_i)_j} \left((\Psi_i)_f, (\tilde{\Psi}_i)_k - \sum_{g=N+1}^{N+F} (\tilde{\Psi}_i)_g \frac{\partial \log w_g}{\partial \log A_k} \right)
\end{aligned} \tag{F-14}$$

$$\frac{\partial \log \Lambda_g}{\partial \log A_k} = \frac{d \log w_g}{d \log A_k} - \frac{d \log y_0}{d \log A_k} \tag{F-15}$$

上式代入(F-14)可以得到：

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \Lambda_f}{\partial \log A_k} &= TC_1 + TC_2 + TC_3 = -(1-\theta_0) \Lambda_f \left(\tilde{\lambda}_k - \sum_{g=N+1}^{N+F} \tilde{\lambda}_g \left(\frac{d \log \Lambda_g}{d \log A_k} + \frac{d \log y_0}{d \log A_k} \right) \right) \\
&- (1-\theta_0) Cov_{b_{(N+F) \times 1}} \left((\Psi_i)_f, (\tilde{\Psi}_i)_k - \sum_{g=N+1}^{N+F} (\tilde{\Psi}_i)_g \left(\frac{d \log \Lambda_g}{d \log A_k} + \frac{d \log y_0}{d \log A_k} \right) \right) \\
&- \sum_{j=1}^N (1-\theta_j) \frac{\lambda_j}{T_j} Cov_{(\tilde{\Omega}_i)_j} \left((\Psi_i)_f, (\tilde{\Psi}_i)_k - \sum_{g=N+1}^{N+F} (\tilde{\Psi}_i)_g \left(\frac{d \log \Lambda_g}{d \log A_k} + \frac{d \log y_0}{d \log A_k} \right) \right) \\
&= -(1-\theta_0) \Lambda_f \left(\tilde{\lambda}_k - \sum_{g=N+1}^{N+F} \tilde{\lambda}_g \frac{d \log \Lambda_g}{d \log A_k} - \frac{d \log y_0}{d \log A_k} \right) \\
&- (1-\theta_0) Cov_{b_{(N+F) \times 1}} \left((\Psi_i)_f, (\tilde{\Psi}_i)_k - \sum_{g=N+1}^{N+F} (\tilde{\Psi}_i)_g \left(\frac{d \log \Lambda_g}{d \log A_k} + \frac{d \log y_0}{d \log A_k} \right) \right) \\
&- \sum_{j=1}^N (1-\theta_j) \frac{\lambda_j}{T_j} Cov_{(\tilde{\Omega}_i)_j} \left((\Psi_i)_f, (\tilde{\Psi}_i)_k - \sum_{g=N+1}^{N+F} (\tilde{\Psi}_i)_g \left(\frac{d \log \Lambda_g}{d \log A_k} + \frac{d \log y_0}{d \log A_k} \right) \right) \\
&= -(1-\theta_0) Cov_{b_{(N+F) \times 1}} \left((\Psi_i)_f, (\tilde{\Psi}_i)_k - \sum_{g=N+1}^{N+F} (\tilde{\Psi}_i)_g \left(\frac{d \log \Lambda_g}{d \log A_k} + \frac{d \log y_0}{d \log A_k} \right) \right) \\
&- \sum_{j=1}^N (1-\theta_j) \frac{\lambda_j}{T_j} Cov_{(\tilde{\Omega}_i)_j} \left((\Psi_i)_f, (\tilde{\Psi}_i)_k - \sum_{g=N+1}^{N+F} (\tilde{\Psi}_i)_g \left(\frac{d \log \Lambda_g}{d \log A_k} + \frac{d \log y_0}{d \log A_k} \right) \right)
\end{aligned}$$

由命题1知道：

$$\begin{aligned}
\frac{d \log Y}{d \log A_k} &= \tilde{\lambda}_k - \sum_{j=N+1}^{N+F} \tilde{\lambda}_j \frac{d \log \Lambda_j}{d \log A_k} \\
\mathbf{1}_{1 \times F} \alpha_F (I - \Omega_0)^{-1} &= (\mathbf{1}_{1 \times N} - \mathbf{1}_{1 \times N} \Omega_0) (I - \Omega_0)^{-1} = \mathbf{1}_{1 \times N} \\
\sum_{g=N+1}^{N+F} (\tilde{\Psi}_i)_g &= \mathbf{1}_{1 \times F} \left((I - \Omega_i)^{-1} \right)_{\lfloor [N+1; N+F] \rfloor \lfloor [1; N+F] \rfloor} \\
&= \mathbf{1}_{1 \times F} \left[\alpha_F (I - \Omega_0)^{-1} \quad I_{F \times F} \right] = \left[\mathbf{1}_{1 \times N} \quad \mathbf{1}_{1 \times F} \right]
\end{aligned}$$

因此，

$$\frac{\partial \Lambda_f}{\partial \log A_k} = -(1-\theta_0) Cov_{b_{(N+F) \times 1}} \left((\Psi_i)_f, (\tilde{\Psi}_i)_k - \sum_{g=N+1}^{N+F} (\tilde{\Psi}_i)_g \frac{d \log \Lambda_g}{d \log A_k} \right) - \sum_{j=1}^N (1-\theta_j) \frac{\lambda_j}{T_j} Cov_{(\tilde{\Omega}_i)_j} \left((\Psi_i)_f, (\tilde{\Psi}_i)_k - \sum_{g=N+1}^{N+F} (\tilde{\Psi}_i)_g \frac{d \log \Lambda_g}{d \log A_k} \right)$$

若把 $b_{(N+F) \times 1}$ 放在 $\tilde{\Omega}_i$ 的第0列，并记 $\tilde{\Omega}_2 = [b_{(N+F) \times 1} \quad \tilde{\Omega}_i]_0$ ， $\lambda_0 = 1, T_0 = 1$ ，这样可以得到：

$$\frac{\partial \Lambda_f}{\partial \log A_k} = - \sum_{j=0}^N (1-\theta_j) \frac{\lambda_j}{T_j} Cov_{(\tilde{\Omega}_i)_j} \left((\Psi_i)_f, (\tilde{\Psi}_i)_k - \sum_{g=N+1}^{N+F} (\tilde{\Psi}_i)_g \frac{d \log \Lambda_g}{d \log A_k} \right)$$

即：

$$\frac{\partial \Lambda_f}{\partial \log A_k} = - \sum_{j=0}^N (1-\theta_j) \frac{\lambda_j}{T_j} Cov_{(\tilde{\Omega}_i)_j} \left(\frac{(\Psi_i)_f}{\Lambda_j}, (\tilde{\Psi}_i)_k - \sum_{g=N+1}^{N+F} (\tilde{\Psi}_i)_g \frac{d \log \Lambda_g}{d \log A_k} \right) \tag{F-16}$$

其中， $f \in \{N+1, N+2, \dots, N+F\}, k \in \{1, 2, \dots, N\}$ 。写成线性方程组的形式为：

$$\frac{\partial \log \Lambda}{\partial \log A_k} = \Gamma_{F \times F} \frac{\partial \log \Lambda}{\partial \log A_k} + \delta_k \tag{F-17}$$

其中， $\Lambda = (\Lambda_{N+1}, \Lambda_{N+2}, \dots, \Lambda_{N+F})^T, (\delta)_k = \sum_{j=0}^N (\theta_j - 1) \frac{\lambda_j}{T_j} Cov_{(\tilde{\Omega}_i)_j} \left(\tilde{\Psi}_k, \frac{\Psi_i^{(N+j)}}{\Lambda_{N+j}} \right), \Gamma_{(j-N)(g-N)} = - \sum_{j=0}^N (\theta_j - 1) \frac{\lambda_j}{T_j} Cov_{(\tilde{\Omega}_i)_j} \left(\tilde{\Psi}_g, \frac{\Psi_j}{\Lambda_j} \right)_0$

同理，我们可以推导要素多马份额对税收楔子的偏导数。

$$\begin{aligned}\frac{\partial \Lambda_f}{\partial \log T_k} &= \frac{d(\alpha_f)_f (I - \Omega_0)^{-1} b_{N \times 1}}{\partial \log T_k} \\ &= (\Psi_1)_{(f|1:N)} \frac{db_{N \times 1}}{\partial \log T_k} + (\Psi_1)_{(f|1:N)} \frac{\partial \Omega_0}{\partial \log T_k} \lambda_{N \times 1} + \frac{d(\alpha_f)_f \lambda_{N \times 1}}{\partial \log T_k}\end{aligned}\quad (F-18)$$

在求解 TT_2, TT_3 时, 需要注意直接消耗系数对税收楔子的偏导数与对生产率^{bc}的偏导数是不同的。

$$\begin{aligned}TT_1 &= (\Psi_1)_{(f|1:N)} \frac{db_{N \times 1}}{\partial \log T_k} = (\Psi_1)_{(f|1:N)} (1 - \theta_0) \text{diag}(b_{N \times 1}) \frac{\partial p_{N \times 1}}{\partial \log T_k} \\ &= (1 - \theta_0) \sum_{i=1}^N b_i (\Psi_1)_{i,f} \frac{\partial p_i}{\partial \log T_k} \\ &= (1 - \theta_0) \left\{ \sum_{i=1}^N b_i (\Psi_1)_{i,f} \frac{\partial p_i}{\partial \log T_k} - \sum_{i=1}^N b_i (\Psi_1)_{i,f} \left(\sum_{i=1}^N b_i \frac{\partial p_i}{\partial \log T_k} \right) + \sum_{i=1}^N b_i (\Psi_1)_{i,f} \left(\sum_{i=1}^N b_i \frac{\partial p_i}{\partial \log T_k} \right) \right\} \\ &= (1 - \theta_0) \left\{ \text{Cov}_{b_{(N \times 1)}} \left((\Psi_1)_{i,f}, \frac{\partial p_i}{\partial \log T_k} \right) + \Lambda_f \left(\sum_{i=1}^N b_i \frac{\partial p_i}{\partial \log T_k} \right) \right\} \\ &= (1 - \theta_0) \left\{ \text{Cov}_{b_{(N \times 1)}} \left((\Psi_1)_{i,f}, \left[\tilde{\Psi}_1 \right]_{k \cdot} + \sum_{g=N+1}^{N+F} \tilde{\Psi}_1 \right) \frac{\partial \log w_g}{\partial \log T_k} \right\} + \Lambda_f \left(\sum_{i=1}^N b_i \left[\tilde{\Psi}_1 \right]_{ki} + \sum_{g=N+1}^{N+F} \tilde{\Psi}_1 \right) \frac{\partial \log w_g}{\partial \log T_k} \\ &= (1 - \theta_0) \left\{ \text{Cov}_{b_{(N \times 1)}} \left((\Psi_1)_{i,f}, \left[\tilde{\Psi}_1 \right]_{k \cdot} + \sum_{g=N+1}^{N+F} \tilde{\Psi}_1 \right) \frac{\partial \log w_g}{\partial \log T_k} \right\} + \Lambda_f \left(\tilde{\lambda}_k + \sum_{g=N+1}^{N+F} \tilde{\Lambda}_g \frac{\partial \log w_g}{\partial \log T_k} \right) \\ &= (1 - \theta_0) \text{Cov}_{b_{(N \times 1)}} \left((\Psi_1)_{i,f}, \left[\tilde{\Psi}_1 \right]_{k \cdot} + \sum_{g=N+1}^{N+F} \tilde{\Psi}_1 \right) \frac{\partial \log w_g}{\partial \log T_k} \\ &\quad \left(\because \tilde{\lambda}_k + \sum_{g=N+1}^{N+F} \tilde{\Lambda}_g \frac{\partial \log w_g}{\partial \log T_k} = 0 \right)\end{aligned}$$

因为,

$$\begin{aligned}\frac{\partial \Omega_{ij}}{\partial \log T_k} &= (1 - \theta_i) \Omega_{ij} \frac{\partial \log p_j}{\partial \log T_k} - (1 - \theta_i) \Omega_{ij} \sum_{h=1}^{N+F} \tilde{\Omega}_{ih} \frac{\partial \log p_h}{\partial \log T_k} - \Omega_{ij} 1 \{i=k\} \\ &= (1 - \theta_i) \Omega_{ij} \frac{\partial \log p_j}{\partial \log T_k} - (1 - \theta_i) \Omega_{ij} \left(\frac{\partial \log p_j}{\partial \log T_k} - 1 \{i=k\} \right) - \Omega_{ij} 1 \{i=k\} \\ &= (1 - \theta_i) \Omega_{ij} \frac{\partial \log p_j}{\partial \log T_k} - (1 - \theta_i) \Omega_{ij} \frac{\partial \log p_j}{\partial \log T_k} - \theta_i \Omega_{ij} 1 \{i=k\}\end{aligned}$$

所以,

$$\begin{aligned}TT_2 &= (\Psi_1)_{(f|1:N)} \frac{\partial \Omega_0}{\partial \log T_k} \lambda_{N \times 1} = \sum_{i=1}^N (\Psi_1)_{i,f} \sum_{j=1}^N \frac{\partial (\Omega_0)_{ij}}{\partial \log T_k} \lambda_j \\ &= \sum_{i=1}^N (\Psi_1)_{i,f} \sum_{j=1}^N \left[(1 - \theta_i) (\Omega_0)_{ij} \frac{\partial p_j}{\partial \log T_k} - (1 - \theta_i) (\Omega_0)_{ij} \frac{\partial \log p_j}{\partial \log T_k} - (\Omega_0)_{ij} \theta_j 1 \{j=k\} \right] \lambda_j \\ &= \sum_{j=1}^N (1 - \theta_j) \lambda_j \sum_{i=1}^N (\Psi_0)_{i,f} \left[(\Omega_0)_{ij} \frac{\partial \log p_j}{\partial \log T_k} - (\Omega_0)_{ij} \frac{\partial p_j}{\partial \log T_k} \right] - \sum_{i=1}^N (\Psi_0)_{i,f} \sum_{j=1}^N (\Omega_0)_{ij} \lambda_j 1 \{j=k\} \\ &= \sum_{j=1}^N (1 - \theta_j) \frac{\lambda_j}{T_j} \sum_{i=1}^N (\tilde{\Omega}_0)_{ij} (\Psi_1)_{i,f} \left[\frac{\partial \log p_j}{\partial \log T_k} - \frac{\partial \log p_j}{\partial \log T_k} \right] - \sum_{i=1}^N (\Psi_1)_{i,f} (\Omega_0)_{ik} \theta_k \lambda_k \\ &= \sum_{j=1}^N (1 - \theta_j) \frac{\lambda_j}{T_j} \sum_{i=1}^N (\Psi_1)_{i,f} (\tilde{\Omega}_0)_{ij} \left[(\tilde{\Psi}_1)_{ki} + \sum_{g=N+1}^{N+F} \tilde{\Psi}_1 \right) \frac{\partial \log w_g}{\partial \log T_k} - \left((\tilde{\Psi}_1)_{kj} + \sum_{g=N+1}^{N+F} \tilde{\Psi}_1 \right) \frac{\partial \log w_g}{\partial \log T_k} \right] - \sum_{i=1}^N (\Psi_1)_{i,f} (\Omega_0)_{ik} \theta_k \lambda_k \\ TT_3 &= \frac{d(\alpha_f)_f \lambda_{N \times 1}}{\partial \log T_k} \\ &= \sum_{j=1}^N (1 - \theta_j) \frac{\lambda_j}{T_j} (\tilde{\Omega}_1)_{ij} \left[\frac{\partial \log p_j}{\partial \log T_k} - \frac{\partial \log p_j}{\partial \log T_k} \right] - \sum_{j=1}^N \lambda_j \theta_j (\Omega_1)_{ij} 1 \{j=k\} \\ &= \sum_{j=1}^N (1 - \theta_j) \frac{\lambda_j}{T_j} (\tilde{\Omega}_1)_{ij} \left[\frac{\partial \log p_j}{\partial \log T_k} - \frac{\partial \log p_j}{\partial \log T_k} \right] - \lambda_k \theta_k (\Omega_1)_{ik} \\ &= \sum_{j=1}^N (1 - \theta_j) \frac{\lambda_j}{T_j} \sum_{i=N+1}^{N+F} (\Psi_1)_{i,f} (\tilde{\Omega}_1)_{ij} \left[\frac{\partial \log p_j}{\partial \log T_k} - \frac{\partial \log p_j}{\partial \log T_k} \right] - \lambda_k \theta_k \sum_{i=N+1}^{N+F} (\Psi_1)_{i,f} (\Omega_1)_{ik} \\ &= \sum_{j=1}^N (1 - \theta_j) \frac{\lambda_j}{T_j} \sum_{i=N+1}^{N+F} (\Psi_1)_{i,f} (\tilde{\Omega}_1)_{ij} \left[(\tilde{\Psi}_1)_{ki} + \sum_{g=N+1}^{N+F} \tilde{\Psi}_1 \right) \frac{\partial \log w_g}{\partial \log T_k} - \left((\tilde{\Psi}_1)_{kj} + \sum_{g=N+1}^{N+F} \tilde{\Psi}_1 \right) \frac{\partial \log w_g}{\partial \log T_k} \right] - \lambda_k \theta_k \sum_{i=N+1}^{N+F} (\Psi_1)_{i,f} (\Omega_1)_{ik}\end{aligned}$$

以上利用 $\tilde{\alpha}_{ij} = \tilde{\Omega}_{ij} = \sum_{i=N+1}^{N+F} \tilde{\Omega}_{ij} \tilde{\Psi}_{ij}$, 和 $f, g \in \{N+1, \dots, N+F\}$, 当 $f=g, \tilde{\Psi}_{fg} = \Psi_{fg} = 1$; 当 $f \neq g, \tilde{\Psi}_{fg} = \Psi_{fg} = 0$ 。于是可得到:

$$\begin{aligned}TT_2 + TT_3 &= \sum_{j=1}^N (1 - \theta_j) \frac{\lambda_j}{T_j} \sum_{i=1}^{N+F} (\Psi_1)_{i,f} (\tilde{\Omega}_1)_{ij} \left[(\tilde{\Psi}_1)_{ki} + \sum_{g=N+1}^{N+F} \tilde{\Psi}_1 \right) \frac{\partial \log w_g}{\partial \log T_k} - \left((\tilde{\Psi}_1)_{kj} + \sum_{g=N+1}^{N+F} \tilde{\Psi}_1 \right) \frac{\partial \log w_g}{\partial \log T_k} \right] - \lambda_k \theta_k \sum_{i=1}^{N+F} (\Psi_1)_{i,f} (\Omega_1)_{ik} \\ &= -\lambda_k \theta_k \sum_{i=1}^{N+F} (\Psi_1)_{i,f} (\Omega_1)_{ik} + \sum_{j=1}^N (1 - \theta_j) \frac{\lambda_j}{T_j} \sum_{i=1}^{N+F} (\Psi_1)_{i,f} (\tilde{\Omega}_1)_{ij} \left[\left((\tilde{\Psi}_1)_{ki} - (\tilde{\Psi}_1)_{kj} \right) + \sum_{g=N+1}^{N+F} \left((\tilde{\Psi}_1)_{gi} - (\tilde{\Psi}_1)_{gj} \right) \frac{\partial \log w_g}{\partial \log T_k} \right]\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= -\lambda_k \theta_k \sum_{i=1}^{N+F} (\Psi_i)_\beta (\Omega_i)_{ik} + \sum_{j=1}^N (1-\theta_j) \frac{\lambda_j}{T_j} \left[\sum_{i=1}^{N+F} (\Psi_i)_\beta (\tilde{\Omega}_i)_{ij} (\tilde{\Psi}_i)_{ki} - \sum_{i=1}^{N+F} (\Psi_i)_\beta (\tilde{\Omega}_i)_{ij} \left(\sum_{i=1}^{N+F} (\tilde{\Omega}_i)_{ij} (\tilde{\Psi}_i)_{ki} \right) + \sum_{i=1}^{N+F} (\Psi_i)_\beta (\tilde{\Omega}_i)_{ij} (\tilde{\Psi}_i)_{kj} - 1 \{j=k\} \right] - \sum_{i=1}^{N+F} (\Psi_i)_\beta (\tilde{\Omega}_i)_{ij} (\tilde{\Psi}_i)_{kj} \\
&+ \sum_{i=1}^{N+F} (\Psi_i)_\beta (\tilde{\Omega}_i)_{ij} \left[\sum_{g=N+1}^{N+F} (\tilde{\Psi}_i)_{gk} \frac{\partial \log w_g}{\partial \log T_k} \right] - \sum_{i=1}^{N+F} (\Psi_i)_\beta (\tilde{\Omega}_i)_{ij} \left[\sum_{g=N+1}^{N+F} (\tilde{\Psi}_i)_{gk} \frac{\partial \log w_g}{\partial \log T_k} \right] \\
&= -\lambda_k \theta_k \sum_{i=1}^{N+F} (\Psi_i)_\beta (\Omega_i)_{ik} + \sum_{j=1}^N (1-\theta_j) \frac{\lambda_j}{T_j} Cov_{(\tilde{\Omega}_i)} \left((\Psi_i)_{j \cdot}, (\tilde{\Psi}_i)_{k \cdot} \right) - \sum_{j=1}^N (1-\theta_j) \frac{\lambda_j}{T_j} \sum_{i=1}^{N+F} (\Psi_i)_\beta (\tilde{\Omega}_i)_{ij} 1 \{j=k\} + \sum_{j=1}^N (1-\theta_j) \frac{\lambda_j}{T_j} Cov_{(\tilde{\Omega}_i)} \left((\Psi_i)_{j \cdot}, \sum_{g=N+1}^{N+F} (\tilde{\Psi}_i)_{g \cdot} \frac{\partial \log w_g}{\partial \log T_k} \right) \\
&= \sum_{j=1}^N (1-\theta_j) \frac{\lambda_j}{T_j} Cov_{(\tilde{\Omega}_i)} \left((\Psi_i)_{j \cdot}, (\tilde{\Psi}_i)_{k \cdot} + \sum_{g=N+1}^{N+F} (\tilde{\Psi}_i)_{g \cdot} \frac{\partial \log w_g}{\partial \log T_k} \right) - \lambda_k \theta_k \sum_{i=1}^{N+F} (\Psi_i)_\beta (\Omega_i)_{ik} - (1-\theta_k) \frac{\lambda_k}{T_k} \sum_{i=1}^{N+F} (\Psi_i)_\beta (\tilde{\Omega}_i)_{ik} \\
&= \sum_{j=1}^N (1-\theta_j) \frac{\lambda_j}{T_j} Cov_{(\tilde{\Omega}_i)} \left((\Psi_i)_{j \cdot}, (\tilde{\Psi}_i)_{k \cdot} + \sum_{g=N+1}^{N+F} (\tilde{\Psi}_i)_{g \cdot} \frac{\partial \log w_g}{\partial \log T_k} \right) - \lambda_k \sum_{i=1}^{N+F} (\Psi_i)_\beta (\Omega_i)_{ik} \\
&= \sum_{j=1}^N (1-\theta_j) \frac{\lambda_j}{T_j} Cov_{(\tilde{\Omega}_i)} \left((\Psi_i)_{j \cdot}, (\tilde{\Psi}_i)_{k \cdot} + \sum_{g=N+1}^{N+F} (\tilde{\Psi}_i)_{g \cdot} \frac{\partial \log w_g}{\partial \log T_k} \right) - \lambda_k (\Psi_i)_\beta
\end{aligned}$$

由此可得：

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \Lambda_f}{\partial \log T_k} &= TT_1 + TT_2 + TT_3 = (1-\theta_0) Cov_{b_{(N+F) \times 1}} \left((\Psi_2)_{f \cdot}, \left[(\tilde{\Psi}_1)_{k \cdot} + \sum_{g=N+1}^{N+F} (\tilde{\Psi}_i)_{g \cdot} \frac{\partial \log w_g}{\partial \log T_k} \right] \right) \\
&+ \sum_{j=1}^{N+F} (1-\theta_j) \frac{\lambda_j}{T_j} Cov_{(\tilde{\Omega}_i)} \left((\Psi_i)_{j \cdot}, (\tilde{\Psi}_i)_{k \cdot} + \sum_{g=N+1}^{N+F} (\tilde{\Psi}_i)_{g \cdot} \frac{\partial \log w_g}{\partial \log T_k} \right) - (\Psi_2)_{fk} \lambda_k
\end{aligned} \tag{F-18a}$$

由

$$\frac{\partial \log \Lambda_g}{\partial \log T_k} = \frac{d \log w_g}{d \log T_k} - \frac{d \log \gamma_0}{d \log T_k}$$

由命题1知道：

$$\begin{aligned}
\frac{d \log Y}{d \log T_k} &= -\tilde{\lambda}_k - \sum_{j=N+1}^{N+F} \tilde{\lambda}_j \frac{d \log \Lambda_j}{d \log T_k} \\
1_{1 \times F} \alpha_f (I - \Omega_0)^{-1} &= (1_{1 \times N} - 1_{1 \times N} \Omega_0) (I - \Omega_0)^{-1} = 1_{1 \times N} \\
\sum_{g=N+1}^{N+F} (\tilde{\Psi}_i)_{g \cdot} &= 1_{1 \times F} \left((I - \Omega_1)^{-1} \right)_{[(N+1; N+F); [1; N+F)]} = 1_{1 \times F} \left[\alpha_f (I - \Omega_0)^{-1} \quad I_{F \times F} \right] = [I_{1 \times N} \quad I_{1 \times F}]
\end{aligned}$$

因此，

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \Lambda_f}{\partial \log T_k} &= TT_1 + TT_2 + TT_3 = (1-\theta_0) Cov_{b_{(N+F) \times 1}} \left((\Psi_i)_{f \cdot}, \left[(\tilde{\Psi}_i)_{k \cdot} + \sum_{g=N+1}^{N+F} (\tilde{\Psi}_i)_{g \cdot} \frac{d \log \Lambda_g}{d \log T_k} \right] \right) \\
&+ \sum_{j=1}^N (1-\theta_j) \frac{\lambda_j}{T_j} Cov_{(\tilde{\Omega}_i)} \left((\Psi_i)_{j \cdot}, (\tilde{\Psi}_i)_{k \cdot} + \sum_{g=N+1}^{N+F} (\tilde{\Psi}_i)_{g \cdot} \frac{d \log \Lambda_g}{d \log T_k} \right) - (\Psi_i)_{fk} \lambda_k
\end{aligned} \tag{F-19}$$

若把 $b_{(N+F) \times 1}$ 放在 $\tilde{\Omega}_i$ 的第0列，并记 $\tilde{\Omega}_2 = [b_{(N+F) \times 1} \quad \tilde{\Omega}_i]_0$ ， $\lambda_0 = 1, T_0 = 1$ ，这样可以得到：

$$\frac{\partial \Lambda_f}{\partial \log T_k} = \sum_{j=0}^N (1-\theta_j) \frac{\lambda_j}{T_j} Cov_{(\tilde{\Omega}_i)} \left((\Psi_i)_{f \cdot}, (\tilde{\Psi}_i)_{k \cdot} + \sum_{g=N+1}^{N+F} (\tilde{\Psi}_i)_{g \cdot} \frac{d \log \Lambda_g}{d \log T_k} \right) - (\Psi_i)_{fk} \lambda_k$$

即：

$$\frac{\partial \log \Lambda_f}{\partial \log T_k} = \sum_{j=0}^N (1-\theta_j) \frac{\lambda_j}{T_j} Cov_{(\tilde{\Omega}_i)} \left(\frac{(\Psi_i)_{f \cdot}}{\Lambda_f}, (\tilde{\Psi}_i)_{k \cdot} + \sum_{g=N+1}^{N+F} (\tilde{\Psi}_i)_{g \cdot} \frac{d \log \Lambda_g}{d \log T_k} \right) - \frac{(\Psi_i)_{fk} \lambda_k}{\Lambda_f} \tag{F-20}$$

其中， $f \in \{N+1, \dots, N+F\}, k \in \{1, 2, \dots, N\}$ 。写成线性方程组的形式为：

$$\frac{\partial \log \Lambda}{\partial \log T_k} = \Gamma_{F \times F} \frac{\partial \log \Lambda}{\partial \log T_k} - \delta_k - \xi_k \tag{F-21}$$

其中， $\Lambda = (\Lambda_{N+1}, \Lambda_{N+2}, \dots, \Lambda_{N+F})^T, (\delta)_{ik} = \sum_{j=0}^N (\theta_j - 1) \frac{\lambda_j}{T_j} Cov_{(\tilde{\Omega}_i)} \left((\tilde{\Psi}_i)_{k \cdot}, \frac{(\Psi_i)_{(N+j) \cdot}}{\Lambda_{N+i}} \right), \Gamma_{(j-N)(g-N)} = -\sum_{j=0}^N (\theta_j - 1) \frac{\lambda_j}{T_j} Cov_{(\tilde{\Omega}_i)} \left((\tilde{\Psi}_i)_{g \cdot}, \frac{(\Psi_i)_{j \cdot}}{\Lambda_j} \right), \xi_{fk} = \frac{(\Psi_i)_{fk} \lambda_k}{\Lambda_f}$ 。

即命题3得证。

附录6 命题4中的 Leontief 情形和无间接税状态 $d \log Y / d \log T_k |_{T_i=1} = 0$

首先，证明：

$$\frac{d \log Y}{d \log T_k} = \sum_{j=N+1}^{N+F} \sum_{i=0}^N \frac{\lambda_j}{T_j} \theta_j Cov_{(\tilde{\Omega}_i)} \left(\frac{\tilde{\lambda}_j (\Psi_i)_{j \cdot}}{\Lambda_j}, (\tilde{\Psi}_i)_{k \cdot} + \sum_{g=N+1}^{N+F} (\tilde{\Psi}_i)_{g \cdot} \frac{d \log \Lambda_g}{d \log T_k} \right)$$

由定理1知道：

$$\frac{d \log Y}{d \log T_k} = -\tilde{\lambda}_k - \sum_{j=N+1}^{N+F} \tilde{\lambda}_j \frac{d \log \Lambda_j}{d \log T_k}$$

进一步：

$$\frac{d \log Y}{d \log T_k} = -\tilde{\lambda}_k - \sum_{j=N+1}^{N+F} \tilde{\lambda}_j \frac{d \log \Lambda_j}{d \log T_k}$$

$$\begin{aligned}
&= -\bar{\lambda}_k - \sum_{j=N+1}^{N+F} \bar{\lambda}_j \left[\sum_{j=0}^N (1-\theta_j) \frac{\lambda_j}{T_j} Cov_{(\hat{\Omega}_2)_j} \left(\frac{(\Psi_1)_{j\cdot}}{\Lambda_j}, (\tilde{\Psi}_1)_k + \sum_{g=N+1}^{N+F} (\tilde{\Psi}_1)_g \frac{d \log \Lambda_g}{d \log T_k} \right) - \frac{(\Psi_1)_{jk} \lambda_k}{\Lambda_j} \right] \\
&= -\bar{\lambda}_k + \sum_{j=N+1}^{N+F} \bar{\lambda}_j \frac{(\Psi_1)_{jk} \lambda_k}{\Lambda_j} - \sum_{j=N+1}^{N+F} \sum_{j=0}^N (1-\theta_j) \frac{\lambda_j}{T_j} Cov_{(\hat{\Omega}_2)_j} \left(\frac{\bar{\lambda}_j (\Psi_1)_{j\cdot}}{\Lambda_j}, (\tilde{\Psi}_1)_k + \sum_{g=N+1}^{N+F} (\tilde{\Psi}_1)_g \frac{d \log \Lambda_g}{d \log T_k} \right) \\
&= -\bar{\lambda}_k + \sum_{j=N+1}^{N+F} \bar{\lambda}_j \frac{(\Psi_1)_{jk} \lambda_k}{\Lambda_j} + \sum_{j=N+1}^{N+F} \sum_{j=0}^N \frac{\lambda_j}{T_j} \theta_j Cov_{(\hat{\Omega}_2)_j} \left(\frac{\bar{\lambda}_j (\Psi_1)_{j\cdot}}{\Lambda_j}, (\tilde{\Psi}_1)_k + \sum_{g=N+1}^{N+F} (\tilde{\Psi}_1)_g \frac{d \log \Lambda_g}{d \log T_k} \right) \\
&\quad - \sum_{j=N+1}^{N+F} \sum_{j=0}^N \frac{\lambda_j}{T_j} Cov_{(\hat{\Omega}_2)_j} \left(\frac{\bar{\lambda}_j (\Psi_1)_{j\cdot}}{\Lambda_j}, (\tilde{\Psi}_1)_k + \sum_{g=N+1}^{N+F} (\tilde{\Psi}_1)_g \frac{d \log \Lambda_g}{d \log T_k} \right)
\end{aligned}$$

需要论证以下式子是否等于0。

$$-\bar{\lambda}_k + \sum_{j=N+1}^{N+F} \bar{\lambda}_j \frac{(\Psi_1)_{jk} \lambda_k}{\Lambda_j} - \sum_{j=N+1}^{N+F} \sum_{j=0}^N \frac{\lambda_j}{T_j} Cov_{(\hat{\Omega}_2)_j} \left(\frac{\bar{\lambda}_j (\Psi_1)_{j\cdot}}{\Lambda_j}, (\tilde{\Psi}_1)_k + \sum_{g=N+1}^{N+F} (\tilde{\Psi}_1)_g \frac{d \log \Lambda_g}{d \log T_k} \right) \stackrel{?}{=} 0$$

证明：

$$\begin{aligned}
&-\bar{\lambda}_k + \sum_{j=N+1}^{N+F} \bar{\lambda}_j \frac{(\Psi_1)_{jk} \lambda_k}{\Lambda_j} - \sum_{j=N+1}^{N+F} \sum_{j=0}^N \frac{\lambda_j}{T_j} Cov_{(\hat{\Omega}_2)_j} \left(\frac{\bar{\lambda}_j (\Psi_1)_{j\cdot}}{\Lambda_j}, (\tilde{\Psi}_1)_k + \sum_{g=N+1}^{N+F} (\tilde{\Psi}_1)_g \frac{d \log \Lambda_g}{d \log T_k} \right) \\
&= -\bar{\lambda}_k + \sum_{j=N+1}^{N+F} \bar{\lambda}_j \frac{(\Psi_1)_{jk} \lambda_k}{\Lambda_j} - \sum_{j=N+1}^{N+F} \sum_{j=0}^N \frac{\lambda_j}{T_j} Cov_{(\hat{\Omega}_2)_j} \left(\frac{\bar{\lambda}_j (\Psi_1)_{j\cdot}}{\Lambda_j}, (\tilde{\Psi}_1)_k + \sum_{g=N+1}^{N+F} (\tilde{\Psi}_1)_g \left(\frac{d \log w_g}{d \log T_k} - \frac{d \log y_0}{d \log T_k} \right) \right) \\
&= -\bar{\lambda}_k + \sum_{j=N+1}^{N+F} \bar{\lambda}_j \frac{(\Psi_1)_{jk} \lambda_k}{\Lambda_j} - \sum_{j=N+1}^{N+F} \sum_{j=0}^N \frac{\lambda_j}{T_j} Cov_{(\hat{\Omega}_2)_j} \left(\frac{\bar{\lambda}_j (\Psi_1)_{j\cdot}}{\Lambda_j}, (\tilde{\Psi}_1)_k + \sum_{g=N+1}^{N+F} (\tilde{\Psi}_1)_g \frac{d \log w_g}{d \log T_k} \right) \\
&= -\bar{\lambda}_k + \sum_{j=N+1}^{N+F} \bar{\lambda}_j \frac{(\Psi_1)_{jk} \lambda_k}{\Lambda_j} - \sum_{j=N+1}^{N+F} Cov_{b_{(N+F) \times 1}} \left(\frac{\bar{\lambda}_j (\Psi_1)_{j\cdot}}{\Lambda_j}, (\tilde{\Psi}_1)_k + \sum_{g=N+1}^{N+F} (\tilde{\Psi}_1)_g \frac{d \log w_g}{d \log T_k} \right) \\
&\quad - \sum_{j=N+1}^{N+F} \sum_{j=0}^N \frac{\lambda_j}{T_j} Cov_{(\hat{\Omega}_2)_j} \left(\frac{\bar{\lambda}_j (\Psi_1)_{j\cdot}}{\Lambda_j}, (\tilde{\Psi}_1)_k + \sum_{g=N+1}^{N+F} (\tilde{\Psi}_1)_g \frac{d \log w_g}{d \log T_k} \right)
\end{aligned}$$

因此可得：

$$\begin{aligned}
&-\bar{\lambda}_k + \sum_{j=N+1}^{N+F} \bar{\lambda}_j \frac{(\Psi_1)_{jk} \lambda_k}{\Lambda_j} - \sum_{j=N+1}^{N+F} \sum_{j=0}^N \frac{\lambda_j}{T_j} Cov_{(\hat{\Omega}_2)_j} \left(\frac{\bar{\lambda}_j (\Psi_1)_{j\cdot}}{\Lambda_j}, (\tilde{\Psi}_1)_k + \sum_{g=N+1}^{N+F} (\tilde{\Psi}_1)_g \frac{d \log \Lambda_g}{d \log T_k} \right) \\
&= -\bar{\lambda}_k + \sum_{j=N+1}^{N+F} \bar{\lambda}_j \frac{(\Psi_1)_{jk} \lambda_k}{\Lambda_j} - \sum_{j=N+1}^{N+F} \frac{\bar{\lambda}_j}{\Lambda_j} \sum_{j=0}^N \frac{\lambda_j}{T_j} Cov_{(\hat{\Omega}_2)_j} \left((\Psi_1)_{j\cdot}, (\tilde{\Psi}_1)_k + \sum_{g=N+1}^{N+F} (\tilde{\Psi}_1)_g \frac{d \log w_g}{d \log T_k} \right)
\end{aligned}$$

以下我们证明一个引理；当 $k \in (1, 2, \dots, N)$, $f \in (N+1, N+2, \dots, N+F)$,

$$\sum_{j=0}^N \frac{\lambda_j}{T_j} Cov_{(\hat{\Omega}_2)_j} \left((\Psi_1)_{j\cdot}, (\tilde{\Psi}_1)_k \right) = -\lambda_j \bar{\lambda}_k + \lambda_k (\Psi_1)_{jk}$$

证明：

$$\begin{aligned}
&\sum_{j=0}^N \frac{\lambda_j}{T_j} Cov_{(\hat{\Omega}_2)_j} \left((\Psi_1)_{j\cdot}, (\tilde{\Psi}_1)_k \right) \\
&= \sum_{j=0}^N \frac{\lambda_j}{T_j} \left[\sum_{m=1}^{N+F} (\hat{\Omega}_2)_{mj} (\Psi_1)_{jm} (\Psi_1)_{j\cdot} - \sum_{m=1}^{N+F} (\hat{\Omega}_2)_{mj} (\Psi_1)_{jm} \sum_{k=1}^{N+F} (\hat{\Omega}_2)_{km} (\tilde{\Psi}_1)_k \right] \text{【 } \Omega_2 \text{ 是左边加一个 } b_{(N+F) \times 1} \text{】} \\
&= \sum_{j=0}^N \frac{\lambda_j}{T_j} \sum_{m=1}^{N+F} (\hat{\Omega}_2)_{mj} (\Psi_1)_{jm} (\tilde{\Psi}_1)_k - \sum_{j=0}^N \frac{\lambda_j}{T_j} \sum_{m=1}^{N+F} (\hat{\Omega}_2)_{mj} (\Psi_1)_{jm} \sum_{k=1}^{N+F} (\hat{\Omega}_2)_{km} (\tilde{\Psi}_1)_k \\
&= \sum_{m=1}^{N+F} (\hat{\Omega}_2)_{m0} (\Psi_1)_{jm} (\tilde{\Psi}_1)_k + \sum_{j=0}^N \frac{\lambda_j}{T_j} \sum_{m=1}^{N+F} (\hat{\Omega}_2)_{mj} (\Psi_1)_{jm} (\tilde{\Psi}_1)_k - \sum_{m=1}^{N+F} (\hat{\Omega}_2)_{m0} (\Psi_1)_{jm} \sum_{k=1}^{N+F} (\hat{\Omega}_2)_{km} (\tilde{\Psi}_1)_k - \sum_{j=1}^N \lambda_j \sum_{m=1}^{N+F} (\Omega_1)_{mj} (\Psi_1)_{jm} \sum_{k=1}^{N+F} (\hat{\Omega}_1)_{kj} (\tilde{\Psi}_1)_k \\
&= \sum_{m=1}^{N+F} b_m (\Psi_1)_{jm} (\tilde{\Psi}_1)_k + \sum_{j=1}^N \lambda_j \sum_{m=1}^{N+F} (\Omega_1)_{mj} (\Psi_1)_{jm} (\tilde{\Psi}_1)_k - \lambda_j \bar{\lambda}_k - \sum_{j=1}^N \lambda_j \sum_{m=1}^{N+F} (\Omega_1)_{mj} (\Psi_1)_{jm} \sum_{k=1}^{N+F} (\hat{\Omega}_1)_{kj} (\tilde{\Psi}_1)_k \\
&= \sum_{m=1}^{N+F} b_m (\Psi_1)_{jm} (\tilde{\Psi}_1)_k + \sum_{j=1}^N \lambda_j \sum_{m=1}^{N+F} (\Omega_1)_{mj} (\Psi_1)_{jm} (\tilde{\Psi}_1)_k - \lambda_j \bar{\lambda}_k - \sum_{j=1}^N \lambda_j \left((\Psi_1)_{j\cdot} - 1 \{f=j\} \right) \left((\tilde{\Psi}_1)_{kj} - 1 \{k=j\} \right) \\
&= \sum_{m=1}^{N+F} b_m (\Psi_1)_{jm} (\tilde{\Psi}_1)_k + \sum_{m=1}^{N+F} \sum_{j=1}^N \lambda_j (\Omega_1)_{mj} (\Psi_1)_{jm} (\tilde{\Psi}_1)_k - \lambda_j \bar{\lambda}_k - \sum_{j=1}^N \lambda_j (\Psi_1)_{j\cdot} (\tilde{\Psi}_1)_{kj} + \lambda_j (\Psi_1)_{jk} \\
&= \sum_{m=1}^{N+F} b_m (\Psi_1)_{jm} (\tilde{\Psi}_1)_k + \sum_{m=1}^{N+F} e_{1 \times (N+F)}^m \Omega_1 \Psi_1 b_{(N+F) \times 1} (\Psi_1)_{jm} (\tilde{\Psi}_1)_k - \lambda_j \bar{\lambda}_k - \sum_{j=1}^N \lambda_j (\Psi_1)_{j\cdot} (\tilde{\Psi}_1)_{kj} + \lambda_j (\Psi_1)_{jk} \\
&= \sum_{m=1}^{N+F} b_m (\Psi_1)_{jm} (\tilde{\Psi}_1)_k + \sum_{m=1}^{N+F} e_{1 \times (N+F)}^m [\Psi_1 - I_{(N+F) \times (N+F)}] b_{(N+F) \times 1} (\Psi_1)_{jm} (\tilde{\Psi}_1)_k - \lambda_j \bar{\lambda}_k - \sum_{j=1}^N \lambda_j (\Psi_1)_{j\cdot} (\tilde{\Psi}_1)_{kj} + \lambda_j (\Psi_1)_{jk}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \sum_{m=1}^{N+F} b_m(\Psi_1)_{jm} (\tilde{\Psi}_1)_{km} - \sum_{m=1}^{N+F} b_m(\Psi_1)_{jm} (\tilde{\Psi}_1)_{km} + \sum_{m=1}^{N+F} \lambda_m(\Psi_1)_{jm} (\tilde{\Psi}_1)_{km} - \lambda_j \tilde{\lambda}_k - \sum_{j=1}^N \lambda_j(\Psi_1)_{\beta j} (\tilde{\Psi}_1)_{kj} + \lambda_k(\Psi_1)_{\beta k} \\
&= -\lambda_j \tilde{\lambda}_k + \sum_{m=N+1}^{N+F} \lambda_m(\Psi_1)_{jm} (\tilde{\Psi}_1)_{km} + \lambda_k(\Psi_1)_{\beta k} \\
&= -\lambda_j \tilde{\lambda}_k + \lambda_j (\tilde{\Psi}_1)_{\beta k} + \lambda_k(\Psi_1)_{\beta k} \\
&= -\lambda_j \tilde{\lambda}_k + \lambda_k(\Psi_1)_{\beta k}
\end{aligned}$$

以上推导用到: $\sum_{j=1}^N \lambda_j(\Omega_1)_{mj} = e_{1 \times (N+F)}^m \Omega_1 \lambda_{(N+F) \times 1} = e_{1 \times (N+F)}^m \Omega_1 \Psi_1 b_{(N+F) \times 1}$, 其中, $e_{1 \times (N+F)}^m$ 表示 $1 \times (N+F)$ 的行向量中第 m 列的元素为 1, 其他元素都为 0.

因此, 以上论证得到: $\sum_{j=0}^{N+F} \frac{\lambda_j}{T_j} Cov_{(\hat{\Omega}_1)_j} \left((\Psi_1)_{j \cdot}, (\tilde{\Psi}_1)_{\cdot k} \right) = -\lambda_j \tilde{\lambda}_k + \lambda_j (\Psi_1)_{\beta k}$

以下我们证明当 $k \in \{1, 2, \dots, N\}$, $l \in \{1, 2, \dots, N+F\}$ 时的扩展结论:

$$\begin{aligned}
&\sum_{j=0}^N \frac{\lambda_j}{T_j} Cov_{(\hat{\Omega}_1)_j} \left((\Psi_1)_{\cdot l}, (\tilde{\Psi}_1)_{\cdot k} \right) = -\lambda_j \tilde{\lambda}_k + \lambda_k(\Psi_1)_{\beta k} + \lambda_l (\tilde{\Psi}_1)_{kl} - \lambda_l 1\{k=l\} \\
&= \lambda_l \tilde{\lambda}_k \left(-\frac{\tilde{\lambda}_k}{\lambda_k} + \frac{(\Psi_1)_{lk} - 1\{k=l\}}{\lambda_l} + \frac{(\tilde{\Psi}_1)_{kl} - 1\{k=l\}}{\lambda_k} + \frac{1\{k=l\}}{\lambda_k} \right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&\sum_{j=0}^{N+F} \frac{\lambda_j}{T_j} Cov_{(\hat{\Omega}_1)_j} \left((\Psi_1)_{\cdot l}, (\tilde{\Psi}_1)_{\cdot k} \right) \\
&= \sum_{j=0}^N \frac{\lambda_j}{T_j} \left[\sum_{m=1}^{N+F} (\tilde{\Omega}_2)_{mj} (\Psi_1)_{lm} (\tilde{\Psi}_1)_{km} - \sum_{m=1}^{N+F} (\tilde{\Omega}_2)_{mj} (\Psi_1)_{lm} \sum_{m=1}^{N+F} (\tilde{\Omega}_2)_{mj} (\tilde{\Psi}_1)_{km} \right] \\
&= \sum_{j=0}^N \frac{\lambda_j}{T_j} \sum_{m=1}^{N+F} (\tilde{\Omega}_2)_{mj} (\Psi_1)_{lm} (\tilde{\Psi}_1)_{km} - \sum_{j=0}^N \frac{\lambda_j}{T_j} \sum_{m=1}^{N+F} (\tilde{\Omega}_2)_{mj} (\Psi_1)_{lm} \sum_{m=1}^{N+F} (\tilde{\Omega}_2)_{mj} (\tilde{\Psi}_1)_{km} \\
&= \sum_{m=1}^{N+F} (\tilde{\Omega}_2)_{m0} (\Psi_1)_{lm} (\tilde{\Psi}_1)_{km} + \sum_{j=1}^N \frac{\lambda_j}{T_j} \sum_{m=1}^{N+F} (\tilde{\Omega}_2)_{mj} (\Psi_1)_{lm} (\tilde{\Psi}_1)_{km} - \sum_{m=1}^{N+F} (\tilde{\Omega}_2)_{m0} (\Psi_1)_{lm} \sum_{m=1}^{N+F} (\tilde{\Omega}_2)_{mj} (\tilde{\Psi}_1)_{km} - \sum_{j=1}^N \lambda_j \sum_{m=1}^{N+F} (\Omega_1)_{mj} (\Psi_1)_{lm} \sum_{m=1}^{N+F} (\tilde{\Omega}_2)_{mj} (\tilde{\Psi}_1)_{km} \\
&= \sum_{m=1}^{N+F} b_m(\Psi_1)_{lm} (\tilde{\Psi}_1)_{km} + \sum_{j=1}^N \lambda_j \sum_{m=1}^{N+F} (\Omega_1)_{mj} (\Psi_1)_{lm} (\tilde{\Psi}_1)_{km} - \lambda_j \tilde{\lambda}_k - \sum_{j=1}^N \lambda_j \sum_{m=1}^{N+F} (\Omega_1)_{mj} (\Psi_1)_{lm} \sum_{m=1}^{N+F} (\tilde{\Omega}_2)_{mj} (\tilde{\Psi}_1)_{km} \\
&= \sum_{m=1}^{N+F} b_m(\Psi_1)_{lm} (\tilde{\Psi}_1)_{km} + \sum_{j=1}^N \lambda_j \sum_{m=1}^{N+F} (\Omega_1)_{mj} (\Psi_1)_{lm} (\tilde{\Psi}_1)_{km} - \lambda_j \tilde{\lambda}_k - \sum_{j=1}^N \lambda_j \left((\Psi_1)_{lj} - 1\{l=j\} \right) \left((\tilde{\Psi}_1)_{kj} - 1\{k=j\} \right) \\
&= \sum_{m=1}^{N+F} b_m(\Psi_1)_{lm} (\tilde{\Psi}_1)_{km} + \sum_{j=1}^N \lambda_j (\Omega_1)_{mj} (\Psi_1)_{lm} (\tilde{\Psi}_1)_{km} - \lambda_j \tilde{\lambda}_k - \sum_{j=1}^N \lambda_j (\Psi_1)_{\beta j} \left((\tilde{\Psi}_1)_{kj} + \lambda_k(\Psi_1)_{\beta k} + \lambda_l (\tilde{\Psi}_1)_{kl} - \lambda_l 1\{k=j\} \right) \\
&= \sum_{m=1}^{N+F} b_m(\Psi_1)_{lm} (\tilde{\Psi}_1)_{km} + \sum_{j=1}^N \lambda_j (\Omega_1)_{mj} (\Psi_1)_{lm} (\tilde{\Psi}_1)_{km} - \lambda_j \tilde{\lambda}_k - \sum_{j=1}^N \lambda_j (\Psi_1)_{\beta j} \left((\tilde{\Psi}_1)_{kj} + \lambda_k(\Psi_1)_{\beta k} + \lambda_l (\tilde{\Psi}_1)_{kl} - \lambda_l 1\{k=l\} \right) \\
&= \sum_{m=1}^{N+F} b_m(\Psi_1)_{lm} (\tilde{\Psi}_1)_{km} + \sum_{m=1}^{N+F} [e_{1 \times (N+F)}^m \Omega_1 \lambda_{(N+F) \times 1}] (\Psi_1)_{lm} (\tilde{\Psi}_1)_{km} - \lambda_j \tilde{\lambda}_k - \sum_{j=1}^N \lambda_j (\Psi_1)_{\beta j} \left((\tilde{\Psi}_1)_{kj} + \lambda_k(\Psi_1)_{\beta k} + \lambda_l (\tilde{\Psi}_1)_{kl} - \lambda_l 1\{k=l\} \right) \\
&= \sum_{m=1}^{N+F} b_m(\Psi_1)_{lm} (\tilde{\Psi}_1)_{km} + \sum_{m=1}^{N+F} [e_{1 \times (N+F)}^m \Omega_1 \Psi_1 b_{(N+F) \times 1}] (\Psi_1)_{lm} (\tilde{\Psi}_1)_{km} - \lambda_j \tilde{\lambda}_k - \sum_{j=1}^N \lambda_j (\Psi_1)_{\beta j} \left((\tilde{\Psi}_1)_{kj} + \lambda_k(\Psi_1)_{\beta k} + \lambda_l (\tilde{\Psi}_1)_{kl} - \lambda_l 1\{k=l\} \right) \\
&= \sum_{m=1}^{N+F} b_m(\Psi_1)_{lm} (\tilde{\Psi}_1)_{km} + \sum_{m=1}^{N+F} [e_{1 \times (N+F)}^m (\Psi_1 - I_{(N+F) \times (N+F)}) b_{(N+F) \times 1}] (\Psi_1)_{lm} (\tilde{\Psi}_1)_{km} - \lambda_j \tilde{\lambda}_k - \sum_{j=1}^N \lambda_j (\Psi_1)_{\beta j} \left((\tilde{\Psi}_1)_{kj} + \lambda_k(\Psi_1)_{\beta k} + \lambda_l (\tilde{\Psi}_1)_{kl} - \lambda_l 1\{k=l\} \right) \\
&= \sum_{m=N+1}^{N+F} \lambda_m(\Psi_1)_{lm} (\tilde{\Psi}_1)_{km} - \lambda_j \tilde{\lambda}_k + \lambda_k(\Psi_1)_{\beta k} + \lambda_l (\tilde{\Psi}_1)_{kl} - \lambda_l 1\{k=l\}
\end{aligned}$$

当 $k \in \{1, 2, \dots, N\}$, 则,

$$\begin{aligned}
&\sum_{j=0}^N \frac{\lambda_j}{T_j} Cov_{(\hat{\Omega}_1)_j} \left((\Psi_1)_{\cdot l}, (\tilde{\Psi}_1)_{\cdot k} \right) = -\lambda_j \tilde{\lambda}_k + \lambda_k(\Psi_1)_{\beta k} + \lambda_l (\tilde{\Psi}_1)_{kl} - \lambda_l 1\{k=l\} \\
&= \lambda_l \tilde{\lambda}_k \left(-\frac{\tilde{\lambda}_k}{\lambda_k} + \frac{(\Psi_1)_{lk} - 1\{l=k\}}{\lambda_l} + \frac{(\tilde{\Psi}_1)_{kl} - 1\{k=l\}}{\lambda_k} + \frac{1\{k=l\}}{\lambda_k} \right)
\end{aligned}$$

接下来可证明:

$$\begin{aligned}
&-\tilde{\lambda}_k + \sum_{j=N+1}^{N+F} \tilde{\lambda}_j \frac{(\Psi_1)_{\beta k} \lambda_k}{\Lambda_j} - \sum_{j=N+1}^{N+F} \sum_{j=0}^N \frac{\lambda_j}{T_j} Cov_{(\hat{\Omega}_1)_j} \left(\frac{\tilde{\lambda}_j (\Psi_1)_{j \cdot}}{\Lambda_j}, (\tilde{\Psi}_1)_{\cdot k} + \sum_{\sigma=N+1}^{N+F} (\tilde{\Psi}_1)_{\sigma} \frac{d \log \Lambda_{\sigma}}{d \log T_k} \right) = 0 \\
&-\tilde{\lambda}_k + \sum_{j=N+1}^{N+F} \tilde{\lambda}_j \frac{(\Psi_1)_{\beta k} \lambda_k}{\Lambda_j} - \sum_{j=N+1}^{N+F} \sum_{j=0}^N \frac{\lambda_j}{T_j} Cov_{(\hat{\Omega}_1)_j} \left(\frac{\tilde{\lambda}_j (\Psi_1)_{j \cdot}}{\Lambda_j}, (\tilde{\Psi}_1)_{\cdot k} + \sum_{\sigma=N+1}^{N+F} (\tilde{\Psi}_1)_{\sigma} \frac{d \log \Lambda_{\sigma}}{d \log T_k} \right) \\
&= -\tilde{\lambda}_k + \sum_{j=N+1}^{N+F} \tilde{\lambda}_j \frac{(\Psi_1)_{\beta k} \lambda_k}{\Lambda_j} - \sum_{j=N+1}^{N+F} \frac{\tilde{\lambda}_j}{\Lambda_j} \sum_{j=0}^N \frac{\lambda_j}{T_j} Cov_{(\hat{\Omega}_1)_j} \left((\Psi_1)_{j \cdot}, (\tilde{\Psi}_1)_{\cdot k} + \sum_{\sigma=N+1}^{N+F} (\tilde{\Psi}_1)_{\sigma} \frac{d \log w_{\sigma}}{d \log T_k} \right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= -\bar{\lambda}_k + \sum_{j=N+1}^{N+F} \bar{\lambda}_j \frac{(\Psi_1)_{jk} \lambda_k}{\Lambda_j} - \sum_{j=N+1}^{N+F} \frac{\bar{\lambda}_j}{\Lambda_j} \sum_{j=0}^N \frac{\lambda_j}{T_j} Cov_{(\Omega_2)_j} \left((\Psi_1)_{j'}, (\tilde{\Psi}_1)_{k'} \right) - \sum_{j=N+1}^{N+F} \frac{\bar{\lambda}_j}{\Lambda_j} \sum_{g=N+1}^{N+F} \sum_{j=0}^N \frac{\lambda_j}{T_j} Cov_{(\Omega_2)_j} \left((\Psi_1)_{j'}, (\tilde{\Psi}_1)_{g'} \right) \frac{d \log w_g}{d \log T_k} \\
&= -\bar{\lambda}_k + \sum_{j=N+1}^{N+F} \bar{\lambda}_j \frac{(\Psi_2)_{jk} \lambda_k}{\Lambda_j} - \sum_{j=N+1}^{N+F} \frac{\bar{\lambda}_j}{\Lambda_j} \left[-\lambda_j \bar{\lambda}_k + \lambda_k (\Psi_1)_{jk} \right] - \sum_{j=N+1}^{N+F} \frac{\bar{\lambda}_j}{\Lambda_j} \sum_{g=N+1}^{N+F} \left[-\lambda_j \bar{\lambda}_g + \lambda_g (\Psi_1)_{jg} \right] \frac{d \log w_g}{d \log T_k} \\
&= -\bar{\lambda}_k + \sum_{j=N+1}^{N+F} \bar{\lambda}_j \frac{(\Psi_1)_{jk} \lambda_k}{\Lambda_j} + \sum_{j=N+1}^{N+F} \bar{\lambda}_j \bar{\lambda}_k - \sum_{j=N+1}^{N+F} \bar{\lambda}_j \frac{(\Psi_1)_{jk} \lambda_k}{\Lambda_j} + \sum_{j=N+1}^{N+F} \sum_{g=N+1}^{N+F} \bar{\lambda}_j \bar{\lambda}_g \frac{d \log w_g}{d \log T_k} - \sum_{g=N+1}^{N+F} \sum_{j=N+1}^{N+F} \frac{\bar{\lambda}_j}{\Lambda_j} \left[\lambda_g (\Psi_1)_{jg} \right] \frac{d \log w_g}{d \log T_k} \\
&= \sum_{g=N+1}^{N+F} \bar{\lambda}_g \frac{d \log w_g}{d \log T_k} - \sum_{g=N+1}^{N+F} \left[\frac{\bar{\lambda}_g}{\Lambda_g} \lambda_g (\Psi_1)_{gg} \right] \frac{d \log w_g}{d \log T_k} \\
&= \sum_{g=N+1}^{N+F} \bar{\lambda}_g \frac{d \log w_g}{d \log T_k} - \sum_{g=N+1}^{N+F} \bar{\lambda}_g \frac{d \log w_g}{d \log T_k} \\
&= 0
\end{aligned}$$

因此,我们得到:

$$\frac{d \log Y}{d \log T_k} = -\bar{\lambda}_k - \sum_{j=N+1}^{N+F} \bar{\lambda}_j \frac{d \log \Lambda_j}{d \log T_k} = \sum_{j=N+1}^{N+F} \sum_{j=0}^N \frac{\lambda_j}{T_j} \theta_j Cov_{(\Omega_2)_j} \left(\frac{\bar{\lambda}_j (\Psi_1)_{j'}}{\Lambda_j}, (\tilde{\Psi}_1)_{k'} \right) + \sum_{g=N+1}^{N+F} (\tilde{\Psi}_1)_{g'} \frac{d \log \Lambda_g}{d \log T_k}$$

即得证。显然,当 $\theta_i=0$ 时,Leontief情形得证。

接着证明:无间接税状态下有 $\left. \frac{d \log Y}{d \log T_k} \right|_{T_k=1} = 0$ 。实际上,在无税收楔子的均衡解处,有 $\tilde{\Psi}_1 = \Psi_1, \bar{\lambda} = \lambda, \sum_{j=N+1}^{N+F} (\tilde{\Psi}_1)_{j'} = 1_{(N+F) \times 1}$,由上述刚证明

的等式,可以得到: $\left. \frac{d \log Y}{d \log T_k} \right|_{T_k=1} = \frac{d \log Y(A,1)}{d \log T_k} = \sum_{j=N+1}^{N+F} \sum_{j=0}^N \frac{\lambda_j}{T_j} \theta_j Cov_{(\Omega_2)_j} \left(\frac{\lambda_j (\Psi_1)_{j'}}{\Lambda_j}, (\tilde{\Psi}_1)_{k'} \right) + \sum_{g=N+1}^{N+F} (\tilde{\Psi}_1)_{g'} \frac{d \log \Lambda_g}{d \log T_k} = \sum_{j=0}^N \frac{\lambda_j}{T_j} \theta_j Cov_{(\Omega_2)_j} \left(\sum_{j=N+1}^{N+F} (\tilde{\Psi}_1)_{j'}, (\tilde{\Psi}_1)_{k'} \right) + \sum_{g=N+1}^{N+F} (\tilde{\Psi}_1)_{g'} \frac{d \log \Lambda_g}{d \log T_k} = 0$

附录7 文中主要矩阵形式示例

表1显示的经济系统($N=4, F=2$),本文定义的 $\Omega_{N \times N}$ 为:

$$\Omega_{N \times N} = \begin{bmatrix} p_1 x_{11} & p_1 x_{12} & p_1 x_{13} & p_1 x_{14} \\ p_1 y_1 & p_2 y_2 & p_3 y_3 & p_4 y_4 \\ p_2 x_{21} & p_2 x_{22} & p_2 x_{23} & p_2 x_{24} \\ p_1 y_1 & p_2 y_2 & p_3 y_3 & p_4 y_4 \\ p_3 x_{31} & p_3 x_{32} & p_3 x_{33} & p_3 x_{34} \\ p_1 y_1 & p_2 y_2 & p_3 y_3 & p_4 y_4 \\ p_4 x_{41} & p_4 x_{42} & p_4 x_{43} & p_4 x_{44} \\ p_1 y_1 & p_2 y_2 & p_3 y_3 & p_4 y_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_1 x_{11} & p_1 x_{12} & 0 & 0 \\ p_1 y_1 & p_2 y_2 & 0 & 0 \\ p_2 x_{21} & p_2 x_{22} & 0 & 0 \\ p_1 y_1 & p_2 y_2 & 0 & 0 \\ p_3 x_{31} & 0 & 0 & 0 \\ p_1 y_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & p_4 x_{42} & 0 & 0 \\ 0 & p_2 y_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & p_5 x_{53} & p_5 x_{54} \\ p_1 y_1 & p_2 y_2 & p_3 y_3 & p_4 y_4 \\ 0 & 0 & p_6 x_{63} & p_6 x_{64} \\ p_1 y_1 & p_2 y_2 & p_3 y_3 & p_4 y_4 \end{bmatrix}$$

其中,部门3和部门4分别对应产品部门1和产品2的增加值束虚拟部门。增加值束虚拟部门生产不使用其他生产部门的产品,且产品部门1和产品部门2使用其对应的增加值束,因此, $\Omega_{N \times N}$ 中部门3和部门4对应的列向量的元素都为0,且 Ω_{14}, Ω_{32} 为0。

表1显示的经济系统($N=4, F=2$)的 $\Omega_{(N+F) \times (N+F)}$ 为:

$$\Omega_{(N+F) \times (N+F)} = \begin{bmatrix} p_1 x_{11} & p_1 x_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ p_1 y_1 & p_2 y_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ p_2 x_{21} & p_2 x_{22} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ p_1 y_1 & p_2 y_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ p_3 x_{31} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ p_1 y_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & p_4 x_{42} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & p_2 y_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & p_5 x_{53} & p_5 x_{54} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & p_3 y_3 & p_4 y_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & p_6 x_{63} & p_6 x_{64} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & p_3 y_3 & p_4 y_4 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

在表1显示的经济系统($N=4, F=2$)中,本文定义的为 $\tilde{\Omega}_{(N+F) \times (N+F)}$:

$$\tilde{\Omega}_{(N+F) \times (N+F)} = \begin{bmatrix} \frac{P_1 x_{11}}{PC_1 y_1} & \frac{P_1 x_{12}}{PC_2 y_2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{P_2 x_{21}}{PC_1 y_1} & \frac{P_2 x_{22}}{PC_2 y_2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{P_3 x_{31}}{PC_1 y_1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{P_4 x_{42}}{PC_2 y_2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{P_5 x_{53}}{PC_3 y_3} & \frac{P_5 x_{54}}{PC_4 y_4} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{P_6 x_{63}}{PC_3 y_3} & \frac{P_6 x_{64}}{PC_4 y_4} & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

附录8 SAM表编制说明

以下以2017年社会核算矩阵编制为例作简要说明。以2017年149部门的中国投入产出表为基础,结合相关统计数据,编制本文扩展的带有税收楔子的SAM。主要编制方法如下:

(1)要素部门。投入产出表中的劳动报酬一般包括:本年应付工资总额、本年应付福利费总额、劳动和失业保险费、养老保险和医疗保险费、住房公积金或住房补贴、60%的工会经费、其他劳动报酬等等。本文模型中假设劳动在部门之间是自由流动,总劳动量固定供给,因此,经济系统中劳动价格(工资率)是一样。劳动要素的回报直接取自2017年中国投入产出表。SAM表中资本要素部门资本回报的取值为投入产出表中的固定资产折旧与营业盈余之和。注意。从会计学来看,营业利润=营业收入-营业成本-营业税金及附加-销售费用-管理费用-财务费用-资产减值损失+公允价值变动收益(-公允价值变动损失)+投资收益(-投资损失),利润总额=营业利润+营业外收入-营业外支出,净利润=利润总额-所得税费用。投入产出表中的营业盈余在营业利润的基础扣除和加上一些项目得到,但是营业盈余是没有扣除企业所得税的。

(2)增值税和其他生产税部门。从理论上,增值税是对产品增加值征收的税收,但是在实际征收中,由于各产品的生产结构、征收能力和税收优惠政策等不同,导致各产品实际征收的增值税和名义税率存在差异,且各产品实际征收的增值税税率不同。在实际研究中,一般以从该行业产品中实际征收的增值税除以行业增加值来衡量行业部门的增值税实际税率。具体编制过程中,首先,根据2018年的税务统计年鉴中行业与投入产出表部门对应关系(见附表1),把《2018年中国税务统计年鉴》^①中分行业实际征收增值税(销项增值税-进项增值税)归为投入产出表部门对应部门的征收的增值税。当税务统计年鉴中行业对应多个投入产出部门时,本文分别以投入产出表中行业部门的增加值为控制结构分别对增值税进行分配^②。此外,按相关税法规定,部分投入产出表中产品部门不征收某种间接税(如农业产品不征收增值税)。但是,税务年鉴中分行业中税收数据是按税收征收来源行业部门统计的,由于一些行业部门企业可能存在混业经营,这样使得税务年鉴行业对应的投入产出部门(农业)不征收某一种间接税,税务统计年鉴中对应行业也可能存在零星的该种间接税(如税务统计年鉴中农业部门就有零星的增值税)。对于这种情形,本文把投入产出表部门中该行业部门的该种间接税设为0(如农业产品部门的增值税为0)^③。到此,我们就可以得到2017年中国投入产出表中各产品部门实际征收的增值税(销项增值税-进项增值税)。最后,利用投入产出表中生产税净额减除增值税的余额作为实际征收的其它生产税费。利用实际征收的其它生产税费除以总产出(不包括增值税销项税和其他生产税费)就可以得到实际其他间接税税率(τ_j^*)。

(3)活动生产部门和商品生产部门。根据SAM表的设置框架,将投入产出表中的产品部门拆分为活动生产部门和商品生产部门,并把相关数据填写到SAM。但是我们发现,最终需求部门对其他部门产品的需求出现负的情形,其主要原因是进口额过大^④。这些产品部门主要包括石油和天然气开采产品、黑色金属矿采选产品和有色金属矿采选产品。本文的处理原则是,尽量保持原投入产出表中中间投入结构不变(即中间投入数据保持不变)。这样,根据这些部门的特征,最终需求部门对这些部门产品的使用量设定为0,或者直接取中国投入产出表中的消费支出合计数。然后将行和列和的不平衡差异,归为活动生产部门的资本报酬中。这样,我们就可以得到平衡的社会核算矩阵。以此矩阵数据为基准,来校准和估计本文模型框架中的相关外生参数(份额参数),并进行数值模拟分析和计算。

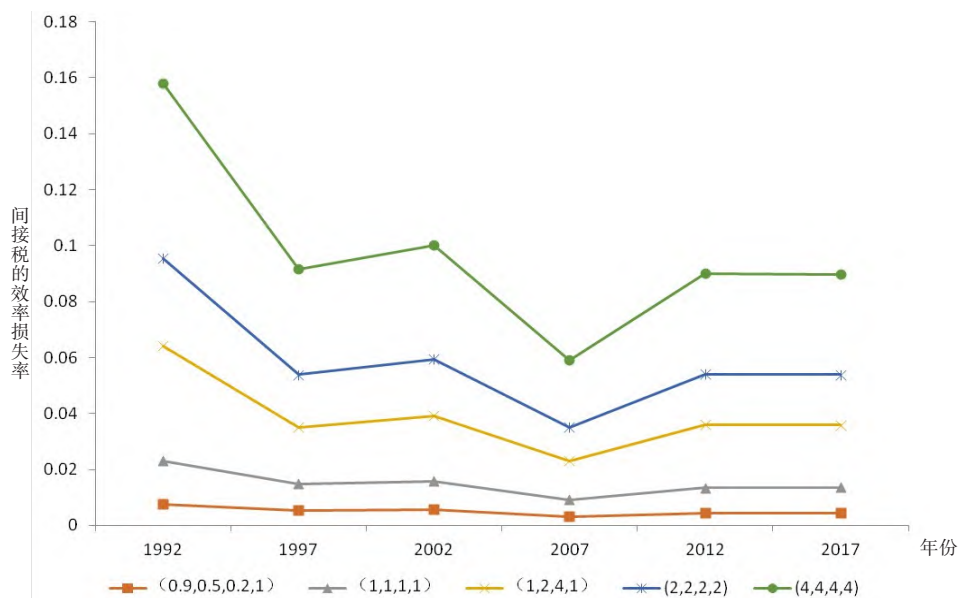
最后,从理论上,本文编制的SAM表可以延伸到企业层面。如果将投入产出表中的部门无限地细分到企业层面,就可得到企业间的中间品联系;反之,企业层面按行业部门加总就可以得到宏观层面的SAM数据。若要编制企业层面SAM,需要知道企业与企业之间的投入产出联系和企业层面的税收数据,而有关企业层面的投入产出(生产网络结构)和税收数据难以获到。限于数据的可行性,本文只能从行业层面编制带有税收楔子的SAM。本文分别编制了3部门、42部门和149产品部门的SAM,并以此模拟比较分析间接税扭曲的效率损失。

附表1 2017年投入产出表与税务年鉴的部门匹配及国内增值税(单位:万元)

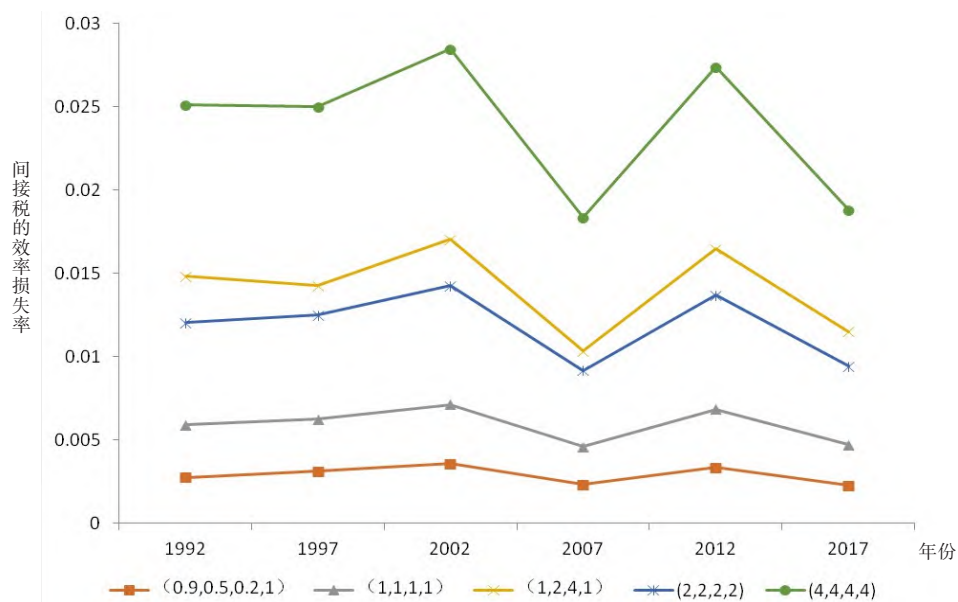
中国投入产出表部门(2017年149个部门)	代码	国内增加值 (匹配后)	对应税务年鉴的行业(2017年为准)	国内增值税(来自 税务年鉴)
农产品	01001	236210	第一产业农林牧渔业	406549
林产品	02002	20934		
畜牧产品	03003	89677		
渔产品	04004	43824		
农、林、牧、渔服务产品	05005	15904		
煤炭开采和洗选产品	06006	16001010	煤炭开采和洗选业	16001010
石油和天然气开采产品	07007	4963806	石油和天然气开采业	4963806
黑色金属矿采选产品	08008	1344683	黑色金属矿采选业	1344683
有色金属矿采选产品	09009	1380552	有色金属矿采选业	1380552
非金属矿采选产品	10010	1003711	非金属矿采选业	1003711
开采辅助活动和其他采矿产品	11011	463990	开采辅助活动;其他采矿业	463990
谷物磨制品	13012	371508	农副食品加工业	1948228
饲料加工品	13013	218157		
植物油加工品	13014	272572		
糖及糖制品	13015	69666		
屠宰及肉类加工品	13016	461357		
水产加工品	13017	192346		
蔬菜、水果、坚果和其他农副食品加工品	13018	362622		
方便食品	14019	569726		
乳制品	14020	911976	食品制造业	5028870
调味品、发酵制品	14021	669423		
其他食品	14022	2877745	酒的制造	1765850
酒精和酒	15023	1765850		
饮料	15024	1440213	饮料制造	1440213
精制茶	15025	100115	精制茶制造	100115
烟草制品	16026	10642911	烟草制品业	10642911
棉、化纤纺织及印染精加工品	17027	3355597	纺织业	4946637
毛纺织及染整精加工品	17028	282413		
麻、丝绢纺织及加工品	17029	315522		
针织或钩针编织及其制品	17030	320277		
纺织制成品	17031	672828		
纺织服装服饰	18032	4830700	纺织服装、服饰业	4830700
皮革、毛皮、羽毛及其制品	19033	1300648	皮革、毛皮、羽毛及其制品和制鞋业	2599307
鞋	19034	1298659		
木材加工和木、竹、藤、棕、草制品	20035	1468082	木材加工和木竹藤棕草制品业	1468082
家具	21036	1681030	家具制造业	1681030
造纸和纸制品	22037	3084687	造纸和纸制品业	3084687
印刷和记录媒介复制品	23038	1573911	印刷和记录媒介复制业	1573911
工艺美术品	24039	673604	文教、工美、体育和娱乐用品制造业	1846637
文教、体育和娱乐用品	24040	1173033		
精炼石油和核燃料加工品	25041	11330955	石油加工、炼焦和核燃料加工业	13986541
煤炭加工品	25042	2655586		
基础化学原料	26043	3815494	化学原料和化学制品制造业	12879446
肥料	26044	1135081		
农药	26045	385137		
涂料、油墨、颜料及类似产品	26046	879204		
合成材料	26047	2809874		
专用化学产品和炸药、火工、焰火产品	26048	3110264		
日用化学产品	26049	744393		
医药制品	27050	9141028		
化学纤维制品	28051	963789	化学纤维制造业	963789
橡胶制品	29052	1785942	橡胶和塑料制品业	6768860
塑料制品	29053	4982918		
水泥、石灰和石膏	30054	2384600	非金属矿物制品业	10710224
石膏、水泥制品及类似制品	30055	2157974		
砖瓦、石材等建筑材料	30056	2094887		
玻璃和玻璃制品	30057	1297707		
陶瓷制品	30058	1038971		
耐火材料制品	30059	759507		
石墨及其他非金属矿物制品	30060	976578		
钢	31061	708258		
钢压延产品	31062	7387174		
铁及铁合金产品	31063	746108		
有色金属及其合金	32064	3097997	有色金属冶炼和压延加工业	5545983
有色金属压延加工品	32065	2447986		
金属制品	33066	8716596	金属制品业	8716596
锅炉及原动设备	34067	1423680	通用设备制造业	12639111
金属加工机械	34068	1915304		
物料搬运设备	34069	1271485		
泵、阀门、压缩机及类似机械	34070	2068911		

文化、办公用机械	34071	338534		
其他通用设备	34072	5621196		
采矿、冶金、建筑专用设备	35073	3249858		
化工、木材、非金属加工专用设备	35074	1381566	专用设备制造业	9292720
农、林、牧、渔专用机械	35075	701934		
其他专用设备	35076	3959363		
汽车整车	36077	10973921	汽车制造业	19554103
汽车零部件及配件	36078	8580182		
铁路运输和城市轨道交通设备	37079	1549015	铁路运输设备制造	1549015
船舶及相关装置	37080	936784	船舶及相关装置制造	936784
其他交通运输设备	37081	2064309	航空、航天及设备制造,摩托车制造以及其他交通运输设备	2064309
电机	38082	1480618		
输配电及控制设备	38083	3909203	电气机械和器材制造业	13054101
电线、电缆、光缆及电工器材	38084	3519310		
电池	38085	1353140		
家用器具	38086	1972317		
其他电气机械和器材	38087	819513		
计算机	39088	2251990	计算机、通信和其他电子设备制造业	14507511
通信设备	39089	3475524		
广播电视设备和雷达及配套设备	39090	468063		
视听设备	39091	667092		
电子元器件	39092	6836004		
其他电子设备	39093	808838		
仪器仪表	40094	1864574	仪器仪表制造业	1864574
其他制造产品	41095	5711060	其他制造业	5711060
废弃资源和废旧材料回收加工品	42096	1022878	废弃资源综合利用业	1022878
金属制品、机械和设备修理服务	43097	524096	金属制品、机械和设备修理业	524096
电力、热力生产和供应	44098	20207775	电力、热力生产和供应业	20207775
燃气生产和供应	45099	908595	燃气生产和供应业	908595
水的生产和供应	46100	907698	水的生产和供应业	907698
房屋建筑	47101	13172434	房屋建筑业	13172434
土木工程建筑	48102	8550345	土木工程建筑业	8550345
建筑安装	49103	16131867	建筑安装业	16131867
建筑装饰、装修和其他建筑服务	50104	9217175	建筑装饰和其他建筑业	9217175
批发	51105	61545942	批发业	61545942
零售	52106	25784566	零售业	25784566
铁路旅客运输	53107	937622	铁路运输业	1596254
铁路货物运输和运输辅助活动	53108	658632		
城市公共交通及公路客运	54109	813994	道路运输业	5908597
道路货物运输和运输辅助活动	54110	5094603		
水上旅客运输	55111	41179	水上运输业	1150291
水上货物运输和运输辅助活动	55112	1109112		
航空旅客运输	56113	799461	航空运输业	1533348
航空货物运输和运输辅助活动	56114	733887		
管道运输	57115	294451	管道运输业	294451
多式联运和运输代理	58116	1369665	装卸搬运和运输代理业	1369665
装卸搬运和仓储	59117	907795	仓储业	907795
邮政	60118	369544	邮政业	369544
住宿	61119	1051913	住宿业	1051913
餐饮	62120	1507281	餐饮业	1507281
电信	63121	1601894	电信、广播电视和卫星传输服务业	1686202
广播电视及卫星传输服务	63122	84308		
互联网和相关服务	64123	272883	互联网和相关服务	272883
软件服务	65124	6272894	软件和信息技术服务业	8139883
信息技术服务	65125	1866989		
货币金融和其他金融服务	66126	36446559	货币金融服务;其他金融业	36446559
资本市场服务	67127	2802838	资本市场服务	2802838
保险	68128	6131570	保险业	6131570
房地产	70129	61548381	房地产业	61548381
租赁	71130	2911859	租赁业	2911859
商务服务	72131	20287229	商务服务业	20287229
研究和试验发展	73132	3007225		
专业技术服务	74133	5560119	科学研究和技术服务业	9802510
科技推广和应用服务	75134	1235165		
水利管理	76135	117881		
生态保护和环境治理	77136	102727	水利、环境和公共设施管理业	731065
公共设施及土地管理	78137	510456		
居民服务	80138	3249358	居民服务、修理和其他服务业	5793624
其他服务	81139	2544266		
教育	83140	713620	教育	713620
卫生	84141	81013	卫生和社会工作	84212
社会工作	85142	3199		
新闻和出版	86143	398820	新闻和出版业	398820

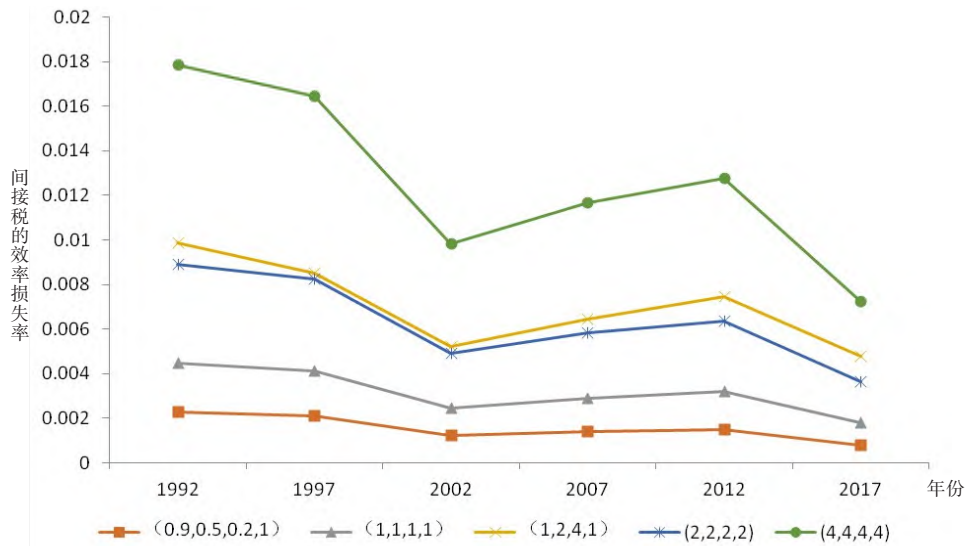
广播、电视、电影和影视录音制作	87144	662561	广播、电视、电影和影视录音制作业	662561
文化艺术	88145	410887	文化、体育和娱乐业(不包含新闻出版业、广播电视、体育和娱乐业)	410887
体育	89146	149981	体育	149981
娱乐	90147	144001	娱乐业	144001
社会保障	94148	49249	公共管理、社会保障和社会组织	1922590
公共管理和社会组织	91149	1873341		



附图1 最多部门下不同替代弹性下的间接税的效率损失率



附图2 42部门下不同替代弹性下的间接税的效率损失率



附图3 3部门下不同替代弹性下的间接税的效率损失率

注释

- ①《2018年中国税务统计年鉴》中记录的是2017年期间征收的税收。
- ②该方法是编制社会核算矩阵中经常用到的方法。可参见王其文等(2008)。
- ③这些零星的税收的所占比重非常小,不超过5%,故这种处理方法不会影响本文的研究结论。
- ④中国2017年的全国投入产出表单独列出分产品部门的进口。某一个部门的进口量很大,将导致本文SAM表中最终需求部门为负。因此,我们需要对此表的数据进行一定处理,以符合本文模型的假设。

参考文献

- (1)Hulten, C. R., 1978, "Growth Accounting with Intermediate Inputs", *Review of Economic Studies*, 45(3), pp.511-518.
- (2)Baqaee, D. R. and Farhi, E., 2017, "The Macroeconomic Impact of Microeconomic Shocks: Beyond Hulten's Theorem", National Bureau of Economic Research, No.w23145.
- (3)王其文、李善同、高颖:《社会核算矩阵:原理、方法和应用》,清华大学出版社,2008年。